

Korespondenční Seminář z Programování

SOUTĚŽ KASIOPEA

26. ročník

Zadání úloh

Březen 2014

V tomto textu naleznete zadání úloh online soutěže Kasiopea 2014, která proběhla o víkendu 22. – 23. března. Veškeré informace o soutěži včetně výsledků, řešení úloh, vzorových zdrojových kódů a dalších informací naleznete na stránce soutěže: <http://ksp.mff.cuni.cz/akce/kasiopea/2014/>

Dokonce si můžete stále zkusit odevzdávat úlohy v systému CodEx.

26-K-1 Néreidky

10 bodů

Každá z padesáti Néreidek dostala od Poseidona darem šperk. Jednalo se o plátky zlata ve tvaru trojúhelníku.

Néreidky spolu vedou stálý boj o to, která se Poseidonovi nejvíce líbí. Proto je samozřejmě zajímavé, která z nich dostala největší šperk.

Určit trojúhelník s největším obsahem je i vaším úkolem.

Tvar vstupu

Na prvním řádku standardního vstupu naleznete počet trojúhelníků N . Na každém z následujících N řádků je pak šestice mezerou oddělených čísel $x_1 y_1 x_2 y_2 x_3 y_3$.

Takto popsaný trojúhelník je zakreslen do roviny a jeho vrcholy mají souřadnice $[x_1, y_1], [x_2, y_2], [x_3, y_3]$.

Žádné dva trojúhelníky nemají stejný obsah.

Tvar výstupu

Na jedinou řádku standardního výstupu vypíšete pořadové číslo trojúhelníku s největším obsahem. (Trojúhelníky číslujeme od jedné v pořadí, v jakém se objevují na vstupu.)

Limity

V prvních třech vstupech je $N = 5$, ve zbývajících vstupech je $N = 50$ (stejně jako skutečných Néreidek). Ve všech vstupech jsou absolutní hodnoty souřadnic rovny nejvýše 100.

V prvních pěti vstupech se vyskytují pouze pravouhlé trojúhelníky s pravým úhlem při vrcholu $[x_1, y_1]$.

Ukázkové vstupy

Vstup:

```
3
0 0 0 3 5 0
0 0 0 4 4 0
0 0 0 17 1 0
```

Výstup: 3

Vstup:

```
4
3 3 1 7 4 7
2 0 0 0 0 5
0 0 1 4 3 10
-3 -3 -2 -3 -3 -2
```

Výstup: 1

26-K-2 Permutace

10 bodů

Andromeda se narodila jakožto dcera krále Kéfea a královny Kasiopey. Princezně se přirozeně dostávalo náležitého vzdělávání. To jí však nebavilo, ráda proto utíkala do lesa, kde si vymýšlela a vzápětí řešila různé drobné úlohy z denního života. Velmi jí například zajímalo, zda si může sedmero panenek uspořádat do řady každý den v roce jinak. Tak se Andromeda dostala ke struktuře, kterou bychom dnes nazvali permutací.

Jako permutaci množiny označujeme libovolné uspořádání jejích prvků. Například všechny permutace množiny $\{1, 2, 3\}$ jsou 123, 132, 213, 231, 312 a 321.

Jako podpermutaci dané permutace budeme označovat pro účely této úlohy (není to žádný obecně ustálený pojem) posloupnost prvků, které z původní permutace získáme vyškrtáním některých prvků (aniž bychom měnili jejich pořadí). Tedy pro permutaci 3214 jsou 32, 34 i 314 jejími podpermutacemi, kdežto 231 není její podpermutací.

Vaším úkolem je vygenerovat všechny permutace zadané délky neobsahující zakázanou podpermutaci.

Tvar vstupu

Na prvním řádku naleznete dvě mezerou oddělená čísla N a L . Pokud je L větší než nula, následuje druhý řádek, kde jsou mezerou oddělené prvky této zakázané podpermutace.

Tvar výstupu

Vypište všechny permutace množiny $\{1, 2, \dots, N\}$, které neobsahují jako podpermutaci zadanou zakázanou podpermutaci. Můžete je vypsát v libovolném pořadí. Na každý řádek umístěte jednu permutaci, prvky permutace oddělte mezerou.

Limity

V prvních třech vstupech je $N \leq 5$ a $L = 0$, tedy úkolem je pouze vypisovat všechny permutace.

V dalších šesti vstupech je $N \leq 6$ a $2 \leq L < N$.

V závěrečném desátém vstupu je $N = 9$ a $L = 0$.

Ukázkové vstupy

Vstup: 3 0

Výstup:

1 2 3
1 3 2
2 1 3
2 3 1
3 1 2
3 2 1

Vstup:

4 3
1 3 4

Výstup:

1 2 4 3
1 4 2 3
1 4 3 2
2 1 4 3
2 3 1 4
2 3 4 1
2 4 1 3
2 4 3 1
3 1 2 4
3 1 4 2
3 2 1 4
3 2 4 1
3 4 1 2
3 4 2 1
4 1 2 3
4 1 3 2
4 2 1 3
4 2 3 1
4 3 1 2
4 3 2 1

26-K-3 Bezpečné království

10 bodů

Královna Kasiopea se vychloubala, že princezna Andromeda je krásnější než samotné Néreidky. Tak probudila hněv Poseidonův. Král Kéfeus se začal obávat propuknutí lidových vzpour a rozhodl se lépe zabezpečit celé království.

V království se nalézají N měst, každé má svou městskou stráž. Aby měl Kéfeus nad městy lepší kontrolu, rozhodl se v každém městě jmenovat do čela městské

strážce zvláštního královského strážce. Královským strážcem bude v každém městě jmenován příslušník některého z K nejlepších rodů v království.

Některá města spolu navzájem sousedí. Označme si počet dvojic sousedních měst jako M . Protože je král obezřetný, přeje si, aby se královští strážci navzájem kontrolovali. Pro každé město je potřeba vhodně vybrat, ze kterého rodu bude jeho královský strážce. Konkrétně si král přeje, aby pro co nejvíce dvojic měst platilo, že tato dvě města budou mít své strážce z různých rodů.

Protože je obtížné nalézt nejlepší možné řešení, bude vaším úkolem zvolit strážce tak, aby alespoň $\frac{K-1}{K} \cdot M$ dvojic sousedních měst mělo strážce z různých rodů.

Tvar vstupu

Na prvním řádku standardního vstupu se nachází tři mezerou oddělená čísla: počet měst N , počet dvojic sousedních měst M a počet rodů K .

Města jsou označena čísly od 1 do N . Na každém z následujících M řádků se nachází dvě čísla x a y , která znamenají, že města x a y jsou sousední.

Tvar výstupu

Na standardní výstup vypište N řádek. Na i -tý řádek vypište číslo z rozsahu 1 až K označující rod, ze kterého bude strážce ve městě i .

Limity

Ve vstupech za polovinu bodů bude $N \leq 100$ a tudíž $M \leq 5050$.

Ve zbývajících vstupech bude $N \leq 1000$ a tudíž $M \leq 500500$.

Ukázkové vstupy

Vstup:

```
4 4 2
1 2
2 3
3 4
4 2
```

Správný výstup:

```
1
2
1
1
```

Jiný správný výstup:

```
2
2
1
1
```

Špatný výstup:

1
2
2
2

Všimněte si, že ve špatné odpovědi má pouze jedna dvojice sousedních měst strážce z různých rodů. Ve správném řešení ale musí mít tuto vlastnost alespoň dvě dvojice.

26-K-4 Městský ruch**10 bodů**

Andromeda je řetězy přivázána ke skále, mořská stvůra, které má být obětována, je na cestě. Takovéto dění si přirozeně žádný společensky aktivní, uvědomělý poddaný nemůže nechat ujít.

Při takovéto akci je potřeba se náležitě blýsknout, před tím je potřeba toho spoustu oběhnout – nakoupit nové šaty, nechat si vyčistit ty staré, zajít k holiči, nakoupit jídlo a pití, kterým bude vše oslaveno. . . Právě takovým obíhacím procesem se budeme zabývat v této úloze.

Představme si hlavní město království jako čtvercovou síť. Na každém políčku sítě bydlí jeden poddaný, který musí vyřídit 10 různých záležitostí. Označme si tyto záležitosti čísly od 0 do 9.

Poddaný vždy začíná ve svém domě, pohybuje se po políčkách pouze vodorovně a svisle. Kdykoliv vyřídí některou ze záležitostí, musí se opětovně vrátit domů, než půjde vyřizovat další záležitost. Poddaný chce vyřídit všech deset záležitostí, záležitost nechce kvůli diskrétnosti vyřizovat na svém vlastním políčku.

Jako krok označíme přechod z jednoho políčka na sousední. Určete celkový počet kroků, kteří poddaní udělají při vyřizování svých záležitostí. Předpokládejte, že chodí nejkratšími cestami. (Na závěr musí poddaný opět skončit doma.)

Tvar vstupu

Na prvním řádku naleznete dvojici mezerou oddělených čísel R a S , počet řádků a sloupců čtvercové sítě. Na každém z R řádků se nachází S číslic (nejsou odděleny mezerou!) udávajících druh služby na příslušných políčkách.

Máte zaručeno, že na mapě se každá služba vyskytuje alespoň dvakrát.

Tvar výstupu

Na jediný řádek vypište jediné číslo – celkový počet přechodů mezi políčky.

Limity

V prvních třech vstupech bude platit $R, S \leq 30$.

V dalších dvou vstupech pak $R, S \leq 100$.

Ve zbylých vstupech platí $R, S \leq 1000$.

Ukázkový vstup

Vstup:

5 6
010101
872268
779966
875568
131443

Výstup: 1474

26-K-5 Mýtický strom

10 bodů

Perseus zabil nestvůru a zachránil Andromedu. Když se jim narodil syn Perseus, bilancoval Perseus svůj život: „Syna jsem zplodil, dům jsem postavil. . . K naplnění smyslu života zbývá zasadit strom.“ A zasadil strom.

Nebyl by to ovšem Perseus, syn Diův, kdyby vyrostl prachobyčejný strom. Přesný popis tohoto mýtického stromu s dovolením ponecháme fantazii laskavého čtenáře. My si jej raději popíšeme o něco abstraktněji v řeči diskrétní matematiky.

Pokud byste některému z pojmů jako graf, strom či hrana nerozuměli, můžete nahlédnout do naší kuchařky.¹

Jedná se o zakořeněný strom na N vrcholech. Vrcholy jsou označeny čísly $0, \dots, N-1$. Kořenem je vrchol 0. Každý vrchol má v sobě nějakou číselnou hodnotu. Zvláštnost stromu se projeví, když se člověk pokusí hodnotu ve vrcholu změnit. Navýšíte-li tuto hodnotu o x , vězte, že se začne dít toto: Hodnota vrcholu se skutečně navýší o x , hodnota všech potomků tohoto vrcholu se naopak o x sníží, hodnota potomků těchto potomků se naopak o x zvýší, hodnota potomků potomků potomků se naopak o x sníží a tak dále. . .

Manipulace se skutečným stromem je náročná, napište proto jeho simulátor.

Tvar vstupu

Na prvním řádku standardního vstupu najdete počet vrcholů stromu N a počet příkazů M . Na druhém řádku kladná čísla v_0 až v_{N-1} udávající počáteční hodnoty na vrcholech stromu. Na každém z dalších $N-1$ řádků se nachází dvojice čísel u a w značící, že vrcholy u a w jsou spojeny hranou. Finálních M řádků popisuje operace, tyto řádky jsou dvou možných tvarů: 1) „P u x “ značí operaci magického navýšení hodnoty vrcholu u o x 2) „V u “ značí operaci vypsání hodnoty vrcholu u

Tvar výstupu

Za každou operaci druhého typu (vypsání hodnoty vrcholu) vypište jeden řádek na standardní výstup s hodnotou u příslušného vrcholu okamžiku, kdy byla operace volána.

¹ <http://ksp.mff.cuni.cz/viz/kucharky/grafy>

Limity

Pro prvních 5 vstupů bude $N, M \leq 1000$ a $x, v_i \leq 1000$. Ve zbývajících vstupech platí $N, M \leq 10^5$ a $x, v_i \leq 10^4$.

Ukázkové vstupy

Vstup:

```
4 5
1 1 1 10
0 1
1 2
0 3
P 0 3
V 1
P 1 4
V 2
V 3
```

Výstup:

```
-2
0
7
```

Vstup:

```
6 9
2 2 3 3 4 4
0 1
5 2
1 4
1 3
0 2
P 2 3
P 4 2
P 0 4
V 0
```

Výstup:

```
6
-2
2
7
10
5
```

Po smrti byli Andromeda, Perseus, Kasiopea i Kéfeus přeneseni na nebe jakožto souhvězdí a na vás po nich zbyla jedna úloha:

O posloupnosti řekneme, že je zajímavá, pokud každá její souvislá podposloupnost obsahuje unikátní prvek (takový, že se v této podposloupnosti vyskytuje pouze jednou). Pro danou posloupnost rozhodněte zda je, či není zajímavá.

Tvar vstupu

Na prvním řádku vstupu je číslo T udávající počet testovaných posloupností. Následují jednotlivé posloupnosti, každá má na prvním řádku číslo N udávající délku a na druhém řádku mezerou oddělené jednotlivé členy posloupnosti.

Tvar výstupu

Na výstup vypište T řádků, kde každý bude obsahovat jeden z řetězců *zajimava*, nebo *nezajimava*.

Limity

Pro všechny testovací vstupy bude platit $1 \leq N \leq 200\,000$.

Číslo T je předem neurčené, ale je zaručeno, že v testech s velkými N bude T v řádu jednotek.

Vzorový vstup

Vstup:

```
4
5
1 2 3 4 5
5
1 1 1 1 1
5
1 2 3 2 1
5
1 1 2 1 1
```

Výstup:

```
zajimava
nezajimava
zajimava
nezajimava
```