

# Korespondenční Seminář z Programování

31. ročník

KSP

Prosinec 2018

## Milí řešitelé, milé řešitelky!

První snh už dávno napadl a zase rozlál. Vánoce a nový rok už kleponu a organizátoři si konečně našli čas na opravení vašich řešení první série. Za zpřístupněním prodlévá se vám online vaše. Právě si prohlížíte historicky první komentáře k úlohám, konkrétně úloham letosní první série hlavní kategorie. Od letoška jsou totiž řešení každé série rozdělena na dvě části: na samotná autorská řešení, která vydáváme brzy po termínu série, a komentáře k došlým řešením, která vydáváme až po opravě všech řešení.

Pokud se vám cokoliiv nezdá nebo máte nějaký dotaz, neváhejte se ozvat na našem fóru nebo emailem na známou adresu.



## Komentáře k první sérii třicátého prvního ročníku KSP

• Anebo to nenděláme, ale pak musíme někdy (bez újny na obecnosti úplně na konci) přesunout prvky  $a_1, \dots, a_{k-1}$ . Tehdy už musí být seříděné  $a_k, a_{k+1}, \dots, a_n$ .

Označíme-li minimální počet přesunů  $P(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , můžeme tedy psát

$$P(a_1, \dots, a_n) = \min \left\{ 1 + P(a_1, \dots, a_{k-1}, a_k, a_{k+1}, \dots, a_n), (k-1) + P(a_{k+1}, \dots, a_n) \right\}$$

Nabízí se založit na tomto vztahu dynamické programování: počítat  $P$  od nejkratších posloupností k těm nejdělsím. Na první pohled to vypadá, že ho budeme muset spočítat pro exponenciálně mnoho posloupností. Zadržní nás ovšem, že všechny z nich vzniknou ze zadane permunace vyměněním nejmenších  $\ell$  prvku a následně zahržením prvku  $m$  prvku. Jsou tedy jednoznačně určené parametry  $\ell$  a  $m$ , takže jich je jenom  $O(n^2)$ .

Rozmyslete si, že pokud si dvojice  $(\ell, m)$  šikovně uspořádáme, dokážeme každé  $P(\dots)$  spočítat v konstantním čase. Vyděle toho poměrně jednoduchý kvadratický algoritmus. Pokud si během něj budeme udržovat, která z variant byla při výpočtu  $P(\dots)$  ta menší, můžeme snadno odpovědět, jaké přesuny máme provést.

### Hledové algoritmy a jiná nefunkční cháska

Nyní se podíváme na některá silbná, ale nefunkční řešení. Můžeme například zkusit použít nějaký třídící algoritmus, který málo přesouvá. Například Insertsort – třídění vkládáním. Ten ovšem selže na permutaci 4 1 2 3. Vybere nejprve 4 a pak ostatní čísla přesouvá před ni. Sportěbuje tedy 3 přesuny. Stačili by ale jeden: přesunout 4 za ostatní prvky. Podobně se dá vyvrátit optimalita dalších třídících algoritmů.

Některé řešitelé také zkoušeli „hledový“ přístup: spočítat pro každé číslo, jak daleko je od své správné pozice, a zahažit přesouvání od toho, které je nejdál. To nefunguje například pro vstup 3 4 1 5 2: nejdále od správné pozice je 2, takže vytvoříme 3 2 4 1 5, což už nejdě dorůdit jedním přesunem. Dva přesuny přitom k seřídění vsunpu straci: například přesunout 1 na začátek a pak 2 za 1.

Klárka Truchánová & Martin „Medvěď“ Mareš

### 31-1-4 Myslivci

I přes poměrně volký počet řešení se mi skoro v záchém nepovedlo najít chybu. Asi bylo ze zadání docela jasné, co se má vlastně počítat, což je super. To, že nikdo nezřel

	řešitel	škola	ročník	série	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	série	celkem
45.	Ondřej Blaha	GBNěmcoVHK	4	3	6						9,0	9,0
46.-47.	Ondřej Damiš	GFPValmez	4	1		0	1	3			8,0	8,0
	Kristýna Prokopová	GJostBožCT	3	1			1	3			8,0	8,0
48.-54.	Robert Jaworski	GÚstavniPH	1	1							7,6	7,6
	Vojtěch Jedlička	GContTábor	2	1		4					7,6	7,6
	Petr Kharistkhaev	PORCPHa	2	1		4					7,6	7,6
	David Krásný	SPŠEPlzeň	2	1		4					7,6	7,6
	Petr Macháček	GLYNViT	3	1		4					7,6	7,6
	Jan Najman	SPSEPPard	2	1		4					7,6	7,6
	Jakub Vybíral	Glovosice	2	1		4					7,6	7,6
55.	Vít Skalický	GPrisněkáPH	1	5		4					6,3	6,3
56.-57.	Vít Gardoň	GPI	3	1				3			5,5	5,5
	Ondřej Chlubna	GOhová	2	1				3			5,5	5,5
58.-60.	Matyáš Boháček	ZSKladskáPH	1	1		2					4,7	4,7
	Tomáš Pelák	SSkyvemHK	3	1		2					4,7	4,7
	Matěj Straka	SPSEPPřesov	4	1		2					4,7	4,7
61.	Ondřej Cech	SPSEPPard	3	2		2					4,4	4,4
62.	Vojtěch Čiha	GČesolíPH	4	1		0	0,5	0,5	0,5		4,1	4,1
63.	Anna Holmanová	GSPrandyJN	2	4		1	1				4,0	4,0

KSP pro vás připravují studenti Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy.

### Webové stránky:

<https://ksp.mff.cuni.cz/>

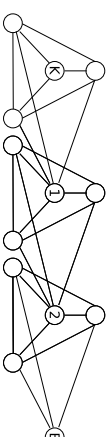
### E-mail:

[ksp@mff.cuni.cz](mailto:ksp@mff.cuni.cz)

### Diskusní fórum:

<https://ksp.mff.cuni.cz/forum/>

Chcete-li s námi komunikovat bezpečně, můžete si ověřit náš HTTPS certifikát – jeho SHA1 fingerprint je: E9:DB:EE:C6:62:BC:14:DE:09:E4:E8:97:DC:36:0E:87:B3:50:B0:01.



Jinak se sešla pěkná řešení, která úlohu řešila jedním ze tří způsobů:

- Ekvivalenčně ke vzorovému řešení.
- Někteří řešitelé si všimli, že lze napočítat cesty a délky od  $B$  (babiččin vrchol) a od  $K$  (Karkulčin vrchol) pomocí BFS (tak, jak je to popsáno ve vzorovém řešení). Pak můžeme projít každou hranu  $(z, u, do, v)$ , a pokud by tato hrana prodloužila cestu z  $K$  do  $u$  a z  $v$  do  $B$  na skoro nejkratší, tak vynásobením počtu nejkratších cest mezi  $K$  a  $u$  a počtu nejkratších cest mezi  $B$  a  $v$  zjistíme počet skoro nejkratších cest přes vrcholy  $u$  a  $v$ .
- Další přístup byl počítání cest délky  $k$  pro  $k = 1$  až  $k = \ell + 1$ , kde  $\ell$  je délka nejkratší cesty z  $K$  do  $B$ , tu si můžeme spočítat například pomocí BFS.

Vojta Šejbora

### 31-1-3 Razení kořenek

Většina funkčních řešení byla podobná tomu vzorovému: našla nejdělsí rostoucí podposloupnost (více či méně efektně) a pak vypsal, jak popřesouvat zbývající kořenky. Vypisování se málokdo věnoval pečlivě – konec konců, ze zadání nebylo jasné, co přesně se má vypsat. Ale jak je vidět ze vzorového řešení, vypisování je nakonec ta nejzajímavější část úlohy. Proto jsme těm, kdo ho zvládli správně a rychle, přidělili jeden bod nad maximum.

### Dynamické programování

Se zajímavým řešením přišel Pepa Minařík. Necht  $a_1, \dots, a_n$  je permutace k seřídění a  $a_k$  její nejmenší prvek. Ten musíme nějak dostat na začátek, což lze učinit dvěma způsoby:

- Budlo někdy (bez újny na obecnosti hned na začátku) přesuneme  $a_k$  před všechny ostatní prvky. Pak zbývá dořdit posloupnost  $a_1, \dots, a_{k-1}, a_{k+1}, \dots, a_n$ .

bez bodů, ale neznamená, že by bylo samozřejmě přijít na optimální řešení. Asi všichni, komu se to povedlo, byli blízko jednomu z algoritmů popisovaných ve vzorovém řešení – buď si sestřídili obě pole a pak je nařadili prošli, a nebo si sestřídili jedno z nich a pak v něm binárně vyhledávali odpovídající prvky. První zmíněné bude asi rychlejší v praxi, druhé má zase teoretickou výhodu se striktně rozdílnými velikostmi vstupů, takže úhlavní střevná nejsou; plný počet bodů byl ale za to.

*Standa Lukáš*

### 31-1-5 Krájení babovky

Úloha byla podle očekávání složitá, takže body dostaly i různé částkové pokusy, pokud fungovaly alespoň v některých rozumně vymezitelných případech (pravdělný mnohobíhlek, čtyřbíhlek, ...); k tomu asi není co poznameneávat.

Několik řešitelů se však dopustilo předpokladů, který jsme v zadání implicitně vyvrátili obrázkem. Jeden řešitel dokonce měl tolik drзости, že vyjádřil ještě polštovaní nad nepřesným obrázkem v zadání, za což byl adekvátně ohodnocen sníženou bodovou sazbou. Vězte, že obrázky v zadání se snažíme kreslit tak přesně, jak to je jenom možné, a pokud se tři přímký těsně (leč vřiditelně) neprotínají v jednom bodě, tak je to proto, že se v tom bodě opravdu neprotínají. Nyní tedy ukážeme, že v **zádaném konvexním mnohobíhku s koncovým počtem stran neexistuje bod, kterým by procházelo více než končné množství dělicích úseček**. Dělicí úsečka je zde taková, jejíž vrcholy leží na obvodu mnohobíhlnka a která dělí mnohobíhlek na dvě části o stejném obsahu.

Definice: Je zadán úhel  $\varphi$  s vrcholem  $V$  a polopřímkami  $Vr$  a  $Vs$ . Je také zadán konstantní obsah  $S$  a bod  $B$  uvnitř úhlu  $\varphi$ . Přímkou  $p$  prochází bodem  $B$  a protíná polopřímky  $Vr$  a  $Vs$  v bodech  $R_1$  a  $S_1$ , tak, že obsah trojúhelníka  $VR_1S_1$  je roven  $S$ .

Tvrzení: Existují nejvýše dvě přímký  $p$  pro zadany úhel  $\varphi$ , obsah  $S$  a bod  $B$ , které splňují definici.

Důkaz: Podle Lemnátu o ose úhlu z řešení této úlohy<sup>1</sup> nalezneme takové body  $R$  a  $S$ , že  $|VR| = |VS|$  a  $S_{\Delta VRS} = S$ . Pak podle téhož lemmátu  $\overrightarrow{VR} = q_1 \overrightarrow{V\tilde{R}}$  a  $\overrightarrow{VS} = \frac{1}{q_2} \overrightarrow{V\tilde{S}}$  pro vhodné  $q_1, q_2$ , které nalezneme postupem v následujícím odstavci.

Ve dvoumnoznaném vektorovém prostoru s bázi tvořené non vektory  $\overrightarrow{VR}$  a  $\overrightarrow{VS}$  si také vyjádříme vektor  $\overrightarrow{VB} = \alpha \overrightarrow{VR} + \beta \overrightarrow{VS}$ , kde  $\alpha \geq 0$  a  $\beta \geq 0$ . Bod  $B$  ale také leží na úsečce mezi body  $R_1$  a  $S_1$ , proto platí, že  $\overrightarrow{VB} = w \overrightarrow{VR_1} + (1-w) \overrightarrow{VS_1}$ . Vztahy pro jednotlivé bázevé vektory pak můžeme zkusnout zvlášť:

$$\alpha = w \cdot q_1, \quad \beta = \frac{1-w}{q_2}$$

$$w = \frac{\alpha}{q_1} \rightarrow \beta = \frac{1-\frac{\alpha}{q_1}}{q_2}$$

$$\beta q_2^2 = q_1 - \alpha \rightarrow \beta q_2^2 - q_1 + \alpha = 0$$

Kvadratická rovnice pro  $q_1$  pak má nanejvýš dvě reálná řešení, takže existují nanejvýš dvě různé přímký  $p$  pro zadany úhel, obsah  $S$  a bod  $B$ , které splňují definici.

<sup>1</sup> <http://ksp.mf.f.cuni.cz/viz/31-1-5/resiemi>  
<sup>2</sup> <https://twitter.com/BrenanKeller/status/1068615963969087232>

Z tohoto lemmatu tedy vyplývá, že každý bodem uvnitř mnohobíhlnka prochází pro každou dvojici hran nanejvýš dvě dělicí příčky mezi těmito hranami. A protože hrana je konečný počet, tak i dělicích příček procházejících libovolným zvoleným bodem je nanejvýš konečné mnoho.



Takový důkaz našel asi nebylo třeba prověřit. Špatilo si totiž uvědomit, kde leží nejkratší dělicí příčka v rovnostranném trojúhelníku! Ani ta totiž neprochází těžištěm. Není to totiž těžnice/výška, jejíž délka je  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , ale rovnoběžka se stranou, která rovnostranný trojúhelník rozdělí na lichoběžník a na menší rovnostranný trojúhelník o straně délky  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

*Maria Matějka*

### 31-1-6 Hromnýsovo okno

To tak přijde Q4 inženýr do hospody, objíhá si jedno pivo, dvě piva, nula pív, 9 999 999 pív, -1 pivo, ještětku, ažijí ... První normální zákazník vejde do hospody, poprosí o jídlečti látek, hospoda uzplame jasnym plánemem a všichni uboři. (Zdroj: Twitter)<sup>2</sup>

Takový rester navštívil váš kód a zjistil, že zhrsta funguje. Sice občas spadne, když zmáčknete nějaké tlačítko, u kterého jste to na začátku nečekali, to by GUI dělat nemělo, ale jinak v zásadě dělá, co má. To je moc fajn!

První úkol se ukázal jako velmi jednoduchý, neboť jej splnil prakticky každý. Několik využil pojmenovanou funkci, jiný lambda funkci.

Druhý úkol byl přidat tlačítko Stop, které časovač zastaví. To bylo taky celkem bezproblémové. Nikde nebylo specifikováno, jestli se po zastavení má ještě aktualizovat čas, proto to také řada z vás nendělala, což je v pořádku. Mělo by ale aspoň nespadnout, když jej zmáčknete a časovač zatím ještě neběží; za takové opomenutí jste přišli o bod. Jedno z rozumných řešení bylo inicializovat časovač (self.timer = QTimer()) už v konstruktoru.

Třetí úkol se nakonec ukázal, že nebude čim větší problém. Stejně jako ve druhém úkolu se vyskytovaly potřeze s neexistující časovače, pokud jsem si chtěla nastavit nejdivější delku intervalu a pak teprve časovač spustit (za to byl minus bod). Někteří z vás interval násobili a dělili 2, jiní přičtali a odčítali zvolenou konstantu (treba 100 milisekund), což bylo obojí zcela v pořádku.

Těse jsem pro tento úkol ignorovala, když program při změně intervalu zahazoval delku předvoladno ještě nedobohlého intervalu, neboť to přisuzují snaze vepat do jednoho programů řešení všech tří úkolů. Stejně tak jsem netešila případ, kdy jste nevyplisovali čas, ale počet tiků časovače od začátku programu.

Ve čtvrtém úkolu ale program zhrsta nefungoval dle zadání. Dá se to otestovat třeba tak, že spusíte časovač, vyškáctete s limitem na nějakou dlouhou hodnotu (treba 32 sekund), počkáte těsně před koncem lhůty a rychle klikáte mýms, takže se dostanete třeba na jednu sekundu, než skončí ten původní limit 32 sekund.

Co se vlastně má stát? Toť zajímavá otázka. Stále té věci dleome říkat stopky, takže by bylo fajn, kdyby po nějaké dlouhé době, ať už budeme mezitím klikat jakkoliv zpěsile na aktualizacni tlačítka, zobrazoval rádný čas od spuštění

do posledni aktualizace. Takže za nějakou dobu by měl čas aktualizovat a nenechat se zmást změnou intervalu.

Rozhodně se ale nemá stát tohle:

1. po doběhnutí 32 sekund se zobrazeny čas zvedne jen o 1 s (protože table hodnotia je nastavená v době, kdy časovač dobehl);
2. po kliknutí na snižovací/zvyšovací tlačítka se restartuje časovač bez toho, aby program vzal v úvahu již uplynulý čas od posledního tiků.

Takové chování programu jsem za správné řešení úkolu 4 nepovažovala. Někteří spoléhali na to, že metoda setIn-

*Maria Matějka*

## Výsledková listina první série třicátého prvního ročníku KSP

řešitel	škola	ročník	seřítí	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	série	celkem	
0.												
1.	Daniel Oravec	GVaršZlina	4	1	12	10	8	8	12	10	60.0	
2.	Jiří Kalvoda	GJaroselBO	2	1	12	10	8	13	13	57.5	57.7	
3.	Josef Minařík	GJaroselBO	4	4	12	9	7	8	7	13	54.3	
4.	Kristyna Petřilková	VOŠJm	1	1	12	9	9	4	14	52.8	52.8	
5.	Lucia Krájičovicová	GJHroncBA	3	2	12	8	10	4	10	52.1	52.1	
6.	Petr Budař	GJGJ PH	2	0	12	9.5	3	8	1	13	50.4	
7.	Ondřej Janelský	G Chelb	1	1	6	3	8	7	15	49.2	49.2	
8.	Jan Provaník	GVoděraPH	3	3	6	5	9	4	15	48.6	48.6	
9.	Jiří Sádla	GvoděraPH	4	1	6	5	8.5	4	15	48.4	48.4	
10.	Dalibor Krnámř	G BO-Rčc	4	2	12	12	11	6	12	44.5	44.5	
11.	Vladimř Chudý	G Churdim	2	6	12	2	1.5	4	7	14	44.1	
12.	Lance Vornlová	GŠpihášPH	3	2	2	2	9	3	4	15	41.9	
13.	Jiří Kvačil	GTomkoraOL	1	6	12	1	8.5	8	0	8	41.3	
14.	David Kliment	GNAlejPH	3	4	12	2	12	8	15	38.7	38.7	
15.	Jindřich Dítě	VOŠPSŽďár	3	4	12	2	9	6	15	37.8	37.8	
16.	Mřchal Kodad	SPSŠmřnov	3	14	12	12	9	8	10	37.3	37.3	
17.	Daniel Kurek	GTomkoraOL	3	1	9	1.5	1	4	10	37.1	37.1	
18.	Vojtěch Žák	GŠpihášPH	3	2	2	8.5	8	15	15	37.0	37.0	
19.	Petr Zahradník	GasOŠ UL	4	4	4	7	6	12	12	36.2	36.2	
20.	Jakub Pánek	SPSEBřoznov	4	4	6	1.5	1	4	11	35.9	35.9	
21.	Daniel Skypala	GPTomkoraOL	1	1	4	4	2	7.5	8	34.2	34.2	
22.	Franetišek Kmječ	ŠIOlavVGS	3	9	12	1.5	5	7	11	31.8	31.8	
23.	Marek Cernoch	GFPValdez	3	1	4	1	7.5	3	8	31.6	31.6	
24.	Daniil Barabášev	GNačKvavaPH	3	1	0	1	7.5	3	10	30.7	30.7	
25.	Jakub Profota	GARic	4	1	2	1.5	1.5	3	9	30.3	30.3	
27.	Tomáš Černý	GArabskaPH	3	3	2	1	1	7	12	30.2	30.2	
28.	Jan Prouheteč	GŠpihášPH	3	2	0	5.5	6	13	13	29.9	29.9	
29.	Jakub Konáček	GÚHradišc	4	6	0	7	8	12	12	29.7	29.7	
30.	Janeř Hlavatý	GJmšlkaCB	4	0	1	2	1.5	3	13	28.1	28.1	
31.	Martin Zimen	GJMasarij	4	2	2	2	6	6	14	26.3	26.3	
32.	Mareř Křipner	GEBBaselKL	4	6	12				12	25.4	25.4	
33.	Václav Pavlíček	SPSEPar	3	3	13	4	1	1.5	8	3	25.1	25.1
34.	Jakym Mřvera	BIGy Žďar	2	3	4	6			15	23.7	23.7	
35.	Jakub Štátný	G BO-Rčc	4	1	4	22	1	8	14	22.8	22.8	
36.	Martin Hubata	GMBknašPL	3	3	1	6			14	22.2	22.2	
37.	G Ondřej Gonzor	G Brandýs	2	10	4	2	1.5	3	10	22.1	22.1	
38.	Linda Kimmová	GEVotruhaJM	3	1	1	6	2.5	4	10	21.2	21.2	
39.	Mareř Volf	GCoubTabor	1	1	2				0	15	19.7	19.7
40.	Vojtěch Března	GCombTabor	2	2	2				12	18.5	18.5	
41.	Martin Milier	GVoděraPH	2	2	4	4			7	15.0	15.0	
42.	Filip Hejšek	GPSmãekPH	4	2	12	12			12.0	12.0	12.0	
43.	Jan Kaifer	GKeperaPH	3	3	11	12			12.0	12.0	12.0	
44.	Patřik Vácal	SPSEPlzav	2	1	6				9.5	9.5	9.5	