

# Korespondenční Seminář z Programování

## ZAČÁTEČNICKÁ KATEGORIE

26. ročník

KSP-Z

Březen 2014

Jednou je to náhoda, podruhé opakování, ale potřetí už to tvoří tradici. Vítejte tedy u historicky třetího, již tradičního, zadání KSP-Z. A jelikož se tradice nemají porušovat, tak vám stejně jako minule přinášíme čtyři praktické a dvě teoretické úlohy.

Jak jsme slíbili minulou sérii, budeme v termínu **10. – 17. května** pořádat **jarní soustředění KSP**, na které jsou všichni řešitelé KSP-Z zvaní. Programem soustředění budou nejen odborné přednášky, ale i spousta neoborných zážitkových aktivit. V případě převisu přihlášek nad kapacitou soustředění můžete zvýšit své šance na výběr pilným řešením třetí série KSP-Z. Více detailů o soustředění najdete na <https://ksp.mff.cuni.cz/viz/jarni>.

Termín odevzdání třetí série je stanoven na **pondělí 14. dubna 2014 v 8:00 SELČ**.

Řešení přijímáme elektronicky na <https://ksp.mff.cuni.cz/z/>. Tam také můžete nalézt další informace o tom, jak KSP a KSP-Z fungují. Rovněž tam najdete fórum, kde se můžete na cokoli zeptat. Anebo nám můžete napsat na email [ksp@mff.cuni.cz](mailto:ksp@mff.cuni.cz).



### Zadání třetí série začátečnické kategorie 26. ročníku KSP

#### 26-Z3-1 Zámky labyrintu 8 bodů

Kevin se společně se svými přáteli vydal na Matějskou pouť. Jako první atrakci si vyhlédli Labyrint snů. Mělo to ale jeden malý háček – hned při vstupu bylo potřeba otevřít několik číselných zámků.

Na každém zámku jsou nastavena tři celá čísla  $a, b, c$  a cílem je změnit právě jedno z těchto čísel o nějaké celé nezáporné  $r$  tak, aby čísla  $a, b, c$  v tomto pořadí tvořila aritmetickou posloupnost.<sup>1</sup> Najděte nejmenší takové  $r$ , které je třeba k jednomu z čísel přičíst nebo odečíst, abychom dostali aritmetickou posloupnost.

**Tvar vstupu:** Na vstupu na prvním řádku dostanete číslo  $N$  udávající počet zámků ( $1 \leq N \leq 10\,000$ ). Na dalších  $N$  řádcích bude vždy trojice čísel  $a, b, c$  oddělených mezerou ( $-1\,000\,000 \leq a, b, c \leq 1\,000\,000$ ).

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište  $N$  řádků, kde  $i$ -tý z nich bude obsahovat právě jedno číslo  $r$  udávající, o kolik nejméně musíme jedno z čísel  $a, b, c$  z odpovídajícího řádku vstupu změnit.

**Ukázkový vstup:**

3	7
3 12 7	0
1 4 7	2
-5 25 51	

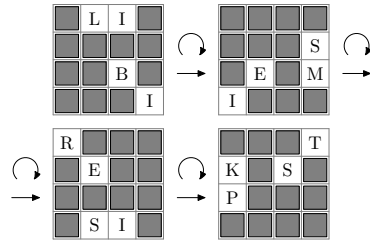


#### 26-Z3-2 Čarodějova šifra 10 bodů

Otevřením zámků to ale nekončilo. Hned za dveřmi stál člověk oblečený jako čaroděj a říkal, že do Labyrintu snů nepustí jen tak někoho. Pro vstup musíte vyřešit ještě další jeho úlohu.

Čaroděj Kevinovi a jeho kamarádům podal tajemnou čtvercovou destičku o rozměrech  $K \times K$  políček ( $K$  je sudé), kde několik políček bylo prodáváných. Díry byly rozmístěny

tak, že když budeme destičku postupně otáčet o  $90^\circ$  do celkem čtyř různých otočení, tak se na každé pozici objeví díra při právě jednom z nich.



Čaroděj po vás chce, abyste mu pomocí této destičky pomohli zašifrovat text. Šifrování provedete tak, že destičku nejprve přiložíte na tabulku  $K \times K$  a v místech, kde jsou v destičce díry, zapíšete část textu (řádek po řádku, zleva doprava). Pak destičku otočíte o  $90^\circ$  po směru hodinových ručiček a budete postup ještě třikrát opakovat (destička se tak otočí do všech čtyř možných otočení). Pokud vám v průběhu šifrování dojde text, doplňte na jeho konec opakování písmen „KSP“.

**Tvar vstupu:** Na prvním řádku dostanete text k zašifrování o maximální délce 1 000 000 znaků obsahující pouze velká písmena anglické abecedy. Na druhém řádku bude číslo  $K$  udávající velikost destičky (platí  $2 \leq K \leq 1000$ ). Slibujeme, že  $K$  bude vždy dost velké, aby se text do tabulky vešel.

Na dalších  $K$  řádcích bude vždy  $K$  znaků # nebo ., kde každá . udává díru a # plně políčko destičky. Destička splňuje všechny podmínky ze zadání, to nemusíte kontrolovat.

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište výslednou tabulku pro zadaný text a destičku, tedy  $K$  řádků o  $K$  znacích.

**Ukázkový vstup:**

LIBISEMIRESTITKSP  
4  
# . #  
####  
## . #  
###

**Ukázkový výstup:**

RLIT  
KESS  
PEBM  
ISII

#### 26-Z3-3 Hádanka 10 bodů

Čaroděj se usmál: „Výborně! A teď pro vás mám už opravdu poslední hádanku.“ Při těchto slovech napsal na papír dlouhou řadu cifer a otazníků. Po dopísání si pohladil vousy a povídal: „Namísto otazníků v tomto čísle doplňte cifry tak, aby vzniklo co nejmenší číslo v desítkové soustavě, které je dělitelné devíti. Pozor! Toto číslo nesmí obsahovat žádné zbytečné nuly na začátku.“

**Tvar vstupu:** Na prvním řádku dostanete číslo  $N$  udávající délku řady ( $1 \leq N \leq 1\,000\,000$ ). Na druhém řádku dostanete  $N$  znaků (cifer nebo otazníků). Na vstupu bude pokaždé alespoň jeden otazník.

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište číslo s doplněnými otazníky, které splňuje čarodějovo zadání.

**Ukázkový vstup:**

6  
6?34?7

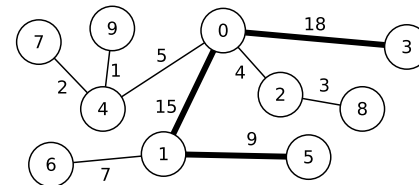
**Ukázkový výstup:**

603477

#### 26-Z3-4 Tvar labyrintu 12 bodů

„Konečně uvnitř!“, vykřikl Kevin. Hned se s kamarády rozeběhli do všech stran a začali kreslit mapu labyrintu. Byl to opravdu zvláštní labyrint – obsahoval  $N$  křižovatek (kde konec slepé chodby také považujeme za křižovatku) a právě  $N - 1$  chodeb. Nikde nebyly žádné cykly a prakticky se v něm nedalo zabloudit.

Informatici by takový labyrint mohli nazvat *grafem* a křižovatky a chodby poté *vrcholy* a *hranami* tohoto grafu. Více o grafové terminologii můžete zjistit v grafové kuchařce,<sup>2</sup> pro řešení této úlohy to však není nutné, stačí vám představa labyrintu z následujícího obrázku:



„Bloudit se tu nedá, tak si dáme alespoň závod!“, navrhl Petr. „Najdeme tu nejdelší trasu a tu poběžíme!“ „No jo, ale která to je?“, zeptala se Sára. A to je úkol pro vás.

**Tvar vstupu:** Na prvním řádku dostanete číslo  $N$  udávající celkový počet křižovatek v labyrintu ( $2 \leq N \leq 333\,333$ ). Křižovatky jsou očíslovány čísly  $0, \dots, N - 1$ , přičemž kamarádi začínají na křižovatce 0.

<sup>2</sup> <http://ksp.mff.cuni.cz/viz/kucharky/grafy>

Chcete-li s námi komunikovat šifrovaně a bezpečně, můžete si ověřit náš HTTPS certifikát – jeho SHA1 fingerprint je: `0E:D9:B6:E5:6F:B0:51:D9:66:EB:E9:29:E4:58:AB:5F:99:D6:FD:A3`.

Na dalších  $N - 1$  řádcích jsou vždy dvě celá čísla  $k_i$  a  $d_i$ , kde  $k_i$  udává číslo křižovatky, ze které jsme došli do křižovatky  $i$ , a  $d_i$  udává délku chodby mezi nimi (platí  $0 \leq k_i < i$  a  $1 \leq d \leq 10\,000$ ).

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište jedno celé číslo udávající vzdálenost dvou nejvzdálenějších křižovatek v labyrintu.

**Ukázkový vstup:**

10  
0 15  
0 4  
0 18  
0 5  
1 9  
1 7  
4 2  
2 3  
4 1

**Ukázkový výstup:**

42

#### 26-Z3-5 Ceny na střelnici 12 bodů

Labyrintu už měli kamarádi dost, a tak se šli podívat i na jiné atrakce. Kevin zamířil na střelnici, že by třeba mohl vyhrát něco pěkného. Na střelnici stála v řadě spousta cen. Kevin se rozhodl, že se pokusí vyhrát nějaký souvislý úsek cen stojících vedle sebe. Zároveň ale chce takový úsek, kde se žádná cena nebudete opakovat (co by také dělal se dvěma čepicemi). Pomozte mu takový najít.

Na vstupu budete mít posloupnost cen (každá cena je zapsána jako číslo, které určuje, co za typ ceny to je). Musíte najít nejdelší úsek, ve kterém se žádný typ nevyskytuje vícekrát.

**Úkol 1 [4b]:** Předpokládejte, že různých cen je řádově 50 a jsou očíslovány čísly 1–50.

**Úkol 2 [8b]:** Předpokládejte, že různých cen může být až tolik, jak je dlouhá řada, což může být klidně i několik milionů.

Navrhněte co neefektivnější algoritmus. Pro obě varianty můžete (ale nemusíte) použít tentýž algoritmus.

#### 26-Z3-6 Horská dráha 14 bodů

A to nejlepší z celé Matějské nakonec, horská dráha! Kamarádi na ní jeli snad dvacetkrát. Na poslední jízdě si Kevin s sebou vzal výškoměr, který vyhrál na střelnici, a zapisoval si výšky na trase dráhy. Vždy, když se objevil na nějakém lokálním vrcholu nebo údolí, zapsal si výšku, a někdy si ji zapsal i mezi tím. Celkem si zapsal  $N$  čísel. Nyní by ho zajímalo:

**Úkol 1 [4b]:** Jakou výšku si do seznamu zapsal nejvícekrát?

**Úkol 2 [10b]:** V jaké výšce se na trase dráhy nejvícekrát vyskytl? To obvykle nebude jen jedna výška, ale celý interval. Vám bude stačit, když naleznete libovolnou výšku, pro kterou toto platí.

Pomozte mu a navrhněte co neefektivnější algoritmus, který úlohu vyřeší. Obě varianty řešte zvlášť.

<sup>1</sup> Tj. aby platilo, že  $b - a = c - b$

# Korespondenční Seminář z Programování

## ZAČÁTEČNICKÁ KATEGORIE

26. ročník

KSP-Z

Březen 2014

Jednou je to náhoda, podruhé opakování, ale potřetí už to tvoří tradici. Vítejte tedy u historicky třetího, již tradičního, zadání KSP-Z. A jelikož se tradice nemají porušovat, tak vám stejně jako minule přinášíme čtyři praktické a dvě teoretické úlohy.

Jak jsme slíbili minulou sérii, budeme v termínu **10. – 17. května** pořádat **jarní soustředění KSP**, na které jsou všichni řešitelé KSP-Z zvaní. Programem soustředění budou nejen odborné přednášky, ale i spousta neoborných zážitkových aktivit. V případě převisu přihlášek nad kapacitou soustředění můžete zvýšit své šance na výběr pilným řešením třetí série KSP-Z. Více detailů o soustředění najdete na <https://ksp.mff.cuni.cz/viz/jarni>.

Termín odevzdání třetí série je stanoven na **pondělí 14. dubna 2014 v 8:00 SELČ**.

Řešení přijímáme elektronicky na <https://ksp.mff.cuni.cz/z/>. Tam také můžete nalézt další informace o tom, jak KSP a KSP-Z fungují. Rovněž tam najdete fórum, kde se můžete na cokoli zeptat. Anebo nám můžete napsat na email [ksp@mff.cuni.cz](mailto:ksp@mff.cuni.cz).



### Zadání třetí série začátečnické kategorie 26. ročníku KSP

#### 26-Z3-1 Zámky labyrintu 8 bodů

Kevin se společně se svými přáteli vydal na Matějskou pouť. Jako první atrakci si vyhlédli Labyrint snů. Mělo to ale jeden malý háček – hned při vstupu bylo potřeba otevřít několik číselných zámků.

Na každém zámku jsou nastavena tři celá čísla  $a, b, c$  a cílem je změnit právě jedno z těchto čísel o nějaké celé nezáporné  $r$  tak, aby čísla  $a, b, c$  v tomto pořadí tvořila aritmetickou posloupnost.<sup>1</sup> Najděte nejmenší takové  $r$ , které je třeba k jednomu z čísel přičíst nebo odečíst, abychom dostali aritmetickou posloupnost.

**Tvar vstupu:** Na vstupu na prvním řádku dostanete číslo  $N$  udávající počet zámků ( $1 \leq N \leq 10\,000$ ). Na dalších  $N$  řádcích bude vždy trojice čísel  $a, b, c$  oddělených mezerou ( $-1\,000\,000 \leq a, b, c \leq 1\,000\,000$ ).

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište  $N$  řádků, kde  $i$ -tý z nich bude obsahovat právě jedno číslo  $r$  udávající, o kolik nejméně musíme jedno z čísel  $a, b, c$  z odpovídajícího řádku vstupu změnit.

**Ukázkový vstup:**

3	7
3 12 7	0
1 4 7	2
-5 25 51	

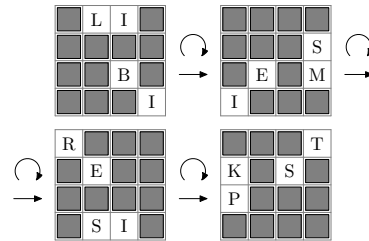


#### 26-Z3-2 Čarodějova šifra 10 bodů

Otevřením zámků to ale nekončilo. Hned za dveřmi stál člověk oblečený jako čaroděj a říkal, že do Labyrintu snů nepustí jen tak někoho. Pro vstup musíte vyřešit ještě další jeho úlohu.

Čaroděj Kevinovi a jeho kamarádům podal tajemnou čtvercovou destičku o rozměrech  $K \times K$  políček ( $K$  je sudé), kde několik políček bylo prodáváných. Díry byly rozmístěny

tak, že když budeme destičku postupně otáčet o  $90^\circ$  do celkem čtyř různých otočení, tak se na každé pozici objeví díra při právě jednom z nich.



Čaroděj po vás chce, abyste mu pomocí této destičky pomohli zašifrovat text. Šifrování provedete tak, že destičku nejprve přiložíte na tabulku  $K \times K$  a v místech, kde jsou v destičce díry, zapíšete část textu (řádek po řádku, zleva doprava). Pak destičku otočíte o  $90^\circ$  po směru hodinových ručiček a budete postup ještě třikrát opakovat (destička se tak otočí do všech čtyř možných otočení). Pokud vám v průběhu šifrování dojde text, doplňte na jeho konec opakování písmen „KSP“.

**Tvar vstupu:** Na prvním řádku dostanete text k zašifrování o maximální délce 1 000 000 znaků obsahující pouze velká písmena anglické abecedy. Na druhém řádku bude číslo  $K$  udávající velikost destičky (platí  $2 \leq K \leq 1000$ ). Slibujeme, že  $K$  bude vždy dost velké, aby se text do tabulky vešel.

Na dalších  $K$  řádcích bude vždy  $K$  znaků # nebo ., kde každá . udává díru a # plně políčko destičky. Destička splňuje všechny podmínky ze zadání, to nemusíte kontrolovat.

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište výslednou tabulku pro zadaný text a destičku, tedy  $K$  řádků o  $K$  znacích.

**Ukázkový vstup:**

LIBISEMIRESTITKSP  
4  
# . #  
####  
## . #  
###

**Ukázkový výstup:**

RLIT  
KESS  
PEBM  
ISII

#### 26-Z3-3 Hádanka 10 bodů

Čaroděj se usmál: „Výborně! A teď pro vás mám už opravdu poslední hádanku.“ Při těchto slovech napsal na papír dlouhou řadu cifer a otazníků. Po dopísání si pohladil vousy a povídal: „Namísto otazníků v tomto čísle doplňte cifry tak, aby vzniklo co nejmenší číslo v desítkové soustavě, které je dělitelné devíti. Pozor! Toto číslo nesmí obsahovat žádné zbytečné nuly na začátku.“

**Tvar vstupu:** Na prvním řádku dostanete číslo  $N$  udávající délku řady ( $1 \leq N \leq 1\,000\,000$ ). Na druhém řádku dostanete  $N$  znaků (cifer nebo otazníků). Na vstupu bude pokaždé alespoň jeden otazník.

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište číslo s doplněnými otazníky, které splňuje čarodějovo zadání.

**Ukázkový vstup:**

6  
6?34?7

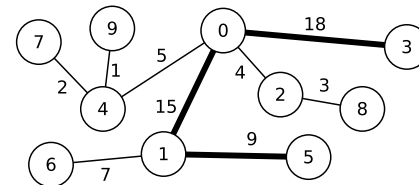
**Ukázkový výstup:**

603477

#### 26-Z3-4 Tvar labyrintu 12 bodů

„Konečně uvnitř!“, vykřikl Kevin. Hned se s kamarády rozeběhli do všech stran a začali kreslit mapu labyrintu. Byl to opravdu zvláštní labyrint – obsahoval  $N$  křižovatek (kde konec slepé chodby také považujeme za křižovatku) a právě  $N - 1$  chodeb. Nikde nebyly žádné cykly a prakticky se v něm nedalo zabloudit.

Informatici by takový labyrint mohli nazvat *grafem* a křižovatky a chodby poté *vrcholy* a *hranami* tohoto grafu. Více o grafové terminologii můžete zjistit v grafové kuchařce,<sup>2</sup> pro řešení této úlohy to však není nutné, stačí vám představa labyrintu z následujícího obrázku:



„Bloudit se tu nedá, tak si dáme alespoň závod!“, navrhl Petr. „Najdeme tu nejdelší trasu a tu poběžíme!“ „No jo, ale která to je?“, zeptala se Sára. A to je úkol pro vás.

**Tvar vstupu:** Na prvním řádku dostanete číslo  $N$  udávající celkový počet křižovatek v labyrintu ( $2 \leq N \leq 333\,333$ ). Křižovatky jsou očíslovány čísla  $0, \dots, N - 1$ , přičemž kamarádi začínají na křižovatce 0.

<sup>2</sup> <http://ksp.mff.cuni.cz/viz/kucharky/grafy>

Chcete-li s námi komunikovat šifrovaně a bezpečně, můžete si ověřit náš HTTPS certifikát – jeho SHA1 fingerprint je: `0E:D9:B6:E5:6F:B0:51:D9:66:EB:E9:29:E4:58:AB:5F:99:D6:FD:A3`.

Na dalších  $N - 1$  řádcích jsou vždy dvě celá čísla  $k_i$  a  $d_i$ , kde  $k_i$  udává číslo křižovatky, ze které jsme došli do křižovatky  $i$ , a  $d_i$  udává délku chodby mezi nimi (platí  $0 \leq k_i < i$  a  $1 \leq d \leq 10\,000$ ).

**Tvar výstupu:** Na výstup vypište jedno celé číslo udávající vzdálenost dvou nejvzdálenějších křižovatek v labyrintu.

**Ukázkový vstup:**

10  
0 15  
0 4  
0 18  
0 5  
1 9  
1 7  
4 2  
2 3  
4 1

**Ukázkový výstup:**

42

#### 26-Z3-5 Ceny na střelnici 12 bodů

Labyrintu už měli kamarádi dost, a tak se šli podívat i na jiné atrakce. Kevin zamířil na střelnici, že by třeba mohl vyhrát něco pěkného. Na střelnici stála v řadě spousta cen. Kevin se rozhodl, že se pokusí vyhrát nějaký souvislý úsek cen stojících vedle sebe. Zároveň ale chce takový úsek, kde se žádná cena nebudou opakovat (co by také dělal se dvěma čepicemi). Pomozte mu takový najít.

Na vstupu budete mít posloupnost cen (každá cena je zapsána jako číslo, které určuje, co za typ ceny to je). Musíte najít nejdelší úsek, ve kterém se žádný typ nevyskytuje vícekrát.

**Úkol 1 [4b]:** Předpokládejte, že různých cen je řádově 50 a jsou očíslovány čísly 1–50.

**Úkol 2 [8b]:** Předpokládejte, že různých cen může být až tolik, jak je dlouhá řada, což může být klidně i několik milionů.

Navrhněte co neefektivnější algoritmus. Pro obě varianty můžete (ale nemusíte) použít tentýž algoritmus.

#### 26-Z3-6 Horská dráha 14 bodů

A to nejlepší z celé Matějské nakonec, horská dráha! Kamarádi na ní jeli snad dvacetkrát. Na poslední jízdě si Kevin s sebou vzal výškoměr, který vyhrál na střelnici, a zapisoval si výšky na trase dráhy. Vždy, když se objevil na nějakém lokálním vrcholu nebo údolí, zapsal si výšku, a někdy si ji zapsal i mezi tím. Celkem si zapsal  $N$  čísel. Nyní by ho zajímalo:

**Úkol 1 [4b]:** Jakou výšku si do seznamu zapsal nejvícekrát?

**Úkol 2 [10b]:** V jaké výšce se na trase dráhy nejvícekrát vyskytl? To obvykle nebude jen jedna výška, ale celý interval. Vám bude stačit, když naleznete libovolnou výšku, pro kterou toto platí.

Pomozte mu a navrhněte co neefektivnější algoritmus, který úlohu vyřeší. Obě varianty řešte zvlášť.

<sup>1</sup> Tj. aby platilo, že  $b - a = c - b$