

Korespondenční Seminář z Programování

ZAČÁTEČNICKÁ KATEGORIE

28. ročník


KSP-Z


Únor 2016

Zdravíme vás u třetí série začátečnické kategorie KSP. Organizátoři teď statečně bojují se zkouškami, zápočtovými programy a jinými bájnými příserami, ale přesto si našli čas na sepsání dalšího příběhu o Kevinovi a jeho spolužácích. Čekají vás další úlohy, dvě teoretické a čtyři praktické.

Na našem webu se už teď můžete přihlašovat na jarní soustředění určené přímo začátečníkům ve světě teoretické informatiky. Nezapomeňte, že řešením úloh si zvyšujete šanci na přijetí, pokud budeme mít převis účastníků. Nemusíte zoufat ani vy, kteří jste se nezúčastnili předešlých dvou sérií – pokud se pokusíte vyřešit alespoň část této série, přihládneme k tomu.

Termín série: 14. března v 8:00 SEČ, praktické úlohy za třetinu bodů až do 6. března

Obsah série: 4 praktické úlohy (značené ) – K těmto úlohám je nutné napsat program (v libovolném vhodném jazyce), stáhnout si z našeho webu vstupní data a odevzdat odpovídající výstup.

2 teoretické úlohy (značené ) – U těchto úloh nás zajímá hlavně slovní popis řešení, ve kterém byste měli zdůvodnit jeho funkčnost a ideálně nás i přesvědčit o jeho efektivitě.

Odevzdávání: Přes web na adrese <https://ksp.mff.cuni.cz/z/odevzdej.cgi>



Zadání třetí série začátečnické kategorie 28. ročníku KSP

28-Z3-1 Místo oslavy 8 bodů

Střední škola, na kterou chodí Kevin, slaví tento rok významné výročí: celých 500 let od svého založení. Její vedení proto plánuje uspořádat náležitě velkou oslavu, spojenou s výstavou o historii školy a ukázkami prací studentů.

Než se pustí do dalších příprav, musí se vyřešit jedna důležitá věc. Samotná škola totiž nemá žádné velké prostory, ve kterých by mohla takhle velkou akci uspořádat. Proto si chce někde ve městě pronajmout sál. Ale kde? Ne všechny obyvatele budou oslavy zajímat, a tak by bylo pěkné najít nějaké místo blízké těm, kteří určitě přijdou.

Město tvoří jedna dlouhá rovná ulice, okolo které se nacházejí domy. Pro určení pozice ve městě tedy stačí jediné číslo – vzdálenost od začátku města. Máme k dispozici pozice domů, kde bydlí lidé zajímající se o školní oslavu. Naším úkolem je najít takové místo, které má co nejmenší vzdálenost k tomu, kdo to má nejdále.

Tvar vstupu a výstupu: Na prvním řádku je číslo N , na druhém je N čísel, každé představuje dům zájemce, resp. jeho pozici ve městě. Vypište celé číslo označující nejlepší možnou pozici sálu. Pokud je možných odpovědí více, vypište libovolnou z nich.

Ukázkový vstup: **Ukázkový výstup:**

5
3 5 17 24 25

14

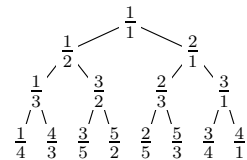
28-Z3-2 Zlomkovník 10 bodů

Po nalezení vhodného místa se přípravy rozjely naplno. Kevin nechávalo výročí své školy dlouho chladným (a rýpavě se ostatních ptal, zda 512 let není významnějším výročím než 500), ale pak jeho třída dostala zajímavý úkol. Měli vyrobit nějaké umělecké dílo připomínající Kevinův nejoblíbenější předmět – matematiku.

Jak by taková věc ale mohla vypadat? Kevin dlouho nemohl na nic přijít, ale pak si vzpomněl, jak se Zuzkou po Vánocích odstrojovali stromček. Co si znovu pořídít strom, ale tentokrát pořádný, matematicky pospátelný? Po chvíli hle-

dání na internetu skutečně našel web, kde prodávali pěkné modely binárních stromů.¹

Takové dílo by bylo příliš strohé, a proto si Kevin řekl, že každý vrchol stromu označí nějakým zlomkem. Ale ne jen tak ledabyle. Pokud k jakémukoliv vrcholu připišeme zlomek $\frac{A}{B}$, kde A a B jsou přirozená čísla, v jeho levém synovi bude $\frac{A}{A+B}$ a pravém synovi $\frac{A+B}{B}$. Do kořene stromu zapíšeme $\frac{1}{1}$. Část takového zlomkovníku (jak jinak nazvete strom se zlomky?) bude vypadat takto:



Kevin si nakreslil ještě několik dalších úrovní a došlo mu, že se tímto postupem může dostat k jakémukoliv zlomku v základním tvaru. Jak to ale co nejrychleji provést?

Na vstupu dostanete řádek se dvěma přirozenými čísly A a B . Najděte nejkratší cestu z kořene zlomkovníku do vrcholu odpovídajícímu zlomku $\frac{A}{B}$. Výstup tvoří posloupnost znaků R a L, kde R je přechod do pravého a L do levého syna.

Ukázkový vstup: **Ukázkový výstup:**

2 5 RLL

28-Z3-3 Posloupnost za trest 10 bodů

Ajaj! prolétlo Kevinovi hlavou, když uviděl balík se stromem, který nechal poslat na adresu školy. Mělo mu dojít, že ten internetový obchod sídlící na druhém konci planety možná používá jiné jednotky. Očekával výšku okolo dvou metrů, ale tenhle kolos se snad nevejde ani do tělocvičny...

Stěhování obřího zlomkovníku na místo výstavy zabralo pět dní a vystřídalo se na něm celý personál školy. Když se ukázalo, že strom je přece jen o něco nižší než výška stropu, všichni si oddechli. A hned poté požádali Kevinova učitele

matematiky, aby dal svému nepozornému studentovi nějaký exemplární trest.

Teď je Kevin po škole a zabývá se touto posloupností čísel:

1, 11, 21, 1211, 111221, ...

Jak jsme na ni přišli? Začali jsme jednou jedničkou. Pak jsme ji přečetli: „jedna jednička“, takže píšeme jedničku a jedničku. To jsme opět přečetli: „dvě jedničky“, tedy 21. Pak „jedna dvojka, jedna jednička“, čili 1211. A tak dále.

Kevinovým úkolem je zapsat N -tý člen posloupnosti. Ale členy rostou rychle a kdyby byl poctivý, zůstal by ve škole až do večera. Chce si proto pomoci malým podvodem: vypočte jen několik prvních čísel N -tého členu a bude doufat, že matikář delší část kontrolovat nebude.

Pro zadané N a K spočítejte prvních K čísel N -tého členu. Slibujeme, že $N, K \leq 300\,000$.

Ukázkový vstup: **Ukázkový výstup:**

8 10 1113213211

28-Z3-4 Zbývající úlohy 12 bodů

Korejské přísloví říká, že při odložení práce o jeden den uplyne ve skutečnosti dní deset. Kvůli stěhování zlomkovníku a podobným komplikacím čas ubýval a ubýval a s přibližujícím se dnem oslavy zůstávalo mnoho důležitých úkolů nesplněných. Ředitel proto svolal učitele a zástupce žáků k poradě do školní aula.

Když tam Kevin dorazil, schůze už začala a vládl tam zmatek. Učitelé na tabuli vypsali seznam úkolů, které bude třeba před oslavami splnit, a jejich časovou náročnost. Teď se ale nemohli shodnout na tom, zda je vůbec možné všechno stihnout. Problémem je mimo jiné to, že některé úlohy mohou být splněny až po dokončení jiných (např. není možné, aby se instalovala výstava o historii školy, pokud nejsou sepsané texty).

Tvar vstupu: Na prvním řádku dostanete celkový počet úkolů $N \leq 100\,000$ a počet závislostí K . Na dalším řádku je N čísel, kolik hodin bude splnění jakého úkolu trvat. Na dalších K řádcích se vyskytují dvojice čísel A a B : úkol s číslem B je možné začít až po dokončení úkolu A . Číslo jeme od nuly.

Na úkolu může pracovat jen jeden člověk, ale více úkolů lze zpracovávat paralelně (předpokládejte, že dobrovolník máme k dispozici nekonečně mnoho). Práce na úkolu začne v momentě, kdy všechny úlohy, na kterých závisí, jsou splněny.

Tvar výstupu: Vypište číslo označující počet hodin potřebných k dokončení všech úkolů.

Ukázkový vstup: **Ukázkový výstup:**

4 4 18
5 6 8 5
0 1
0 2
1 3
2 3

Nejprve je třeba splnit úkol 0, na 1 a 2 se může pracovat současně, teprve po dokončení obou můžeme začít 3.

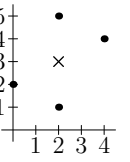
28-Z3-5 Ukotvení stromu 12 bodů

Oslava výročí se povedla. Zvláště Kevinův obří zlomkovník vzbudil takovou pozornost, že se na výstavu došlo podívat takřka celé město. Proto se ředitel školy a jeho zástupci jednomyslně shodli na tom, že umělecká díla by se měla vystavit trvale na pozemku před školou.

Nejvíce práce samozřejmě zabralo převezení zlomkovníku. A protože se čekalo, že na novém místě nějaký čas setrvá, bylo nutné jej pořádně ukotvit. To se dělá tak, že se okolo stromu zatluče několik kolíků a od každého vedeme lano až ke kmeni, kde se připevní.

Abý celá konstrukce byla skutečně stabilní, chceme kolíky rozdělit do dvojic, kde oba body a kmen stromu leží v jedné přímce, vzdálenost obou bodů od kmene je stejná a kmen se nachází mezi kolíky. Můžeme tedy říci, že všechny kotvící body jsou středově souměrné podle bodu označujícího kmen.

Kevin na místo přišel ve chvíli, kdy pracovníci už zatlukli všechny kolíky a čekali na přivezení stromu. Zapsal si souřadnice jednotlivých kolíků a rád by našel bod, podle kterého jsou všechny středově souměrné – nebo zjistil, že takové místo neexistuje.



Např. pro body $[4, 4]$, $[2, 5]$, $[0, 2]$ a $[2, 1]$ je správný střed $[2, 3]$, viz obrázek.

28-Z3-6 Šíření drbů 14 bodů

„Víš, co jsem zjistila? To tvoje veledilo se stejně bude muset brzy přesunout, protože město chce na pozemku dělat archeologické vykopávky!“ řekla Kevinovi Sára. „Vážně? A to jsi zjistila kde?“ zajímal se Kevin. „Od jedné kamarádky,“ odpověděla vyhybavě.

Sářiny kamarádky ze třídy tvoří nerozlučnou partu a jejich společnou zálibou je drbání o všem možném i nemožném. Každá spolužačka přijde ráno do školy se svým jedinečným drbem. O přestávce se každá z nich zapovídá s kamarádkou dle svého výběru a v těchto dvojicích si povyměňují všechny drby, které v daný okamžik znají.

Znáte celkový počet spolužaček v partě, N . Pro jednoduchost předpokládejte, že N je mocnina dvojky (1, 2, 4, 8, 16, ...). Navrhnete, o které přestávce se má setkat kdo s kým tak, aby se co nejrychleji všechny kamarádky dozvěděly všechny drby.

Např. pro čtyři spolužačky A, B, C, D si mohou o prvním přestávce vyměnit drby dvojice A–B a C–D, o druhé pak A–C, B–D. Takto bude po dvou přestávkách znát každá všechny drby.

KSP pro vás připravují studenti Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

Webové stránky: <https://ksp.mff.cuni.cz/> **E-mail:** ksp@mff.cuni.cz **Diskusní fórum:** <https://ksp.mff.cuni.cz/forum/>
Chcete-li s námi komunikovat bezpečně, můžete si ověřit náš HTTPS certifikát – jeho SHA1 fingerprint je: 0E:D9:B6:E5:6F:B0:51:D9:66:EB:E9:29:E4:58:AB:5F:99:D6:FD:A3.



¹ Nevíte-li, co je binární strom, nahlédněte do naší základní kuchařky (<http://ksp.mff.cuni.cz/viz/kucharky/zakladni>).

Korespondenční Seminář z Programování

ZAČÁTEČNICKÁ KATEGORIE

28. ročník


KSP-Z


Únor 2016

Zdravíme vás u třetí série začátečnické kategorie KSP. Organizátoři teď statečně bojují se zkouškami, zápočtovými programy a jinými bájnými příserami, ale přesto si našli čas na sepsání dalšího příběhu o Kevinovi a jeho spolužácích. Čekají vás další úlohy, dvě teoretické a čtyři praktické.

Na našem webu se už teď můžete přihlašovat na jarní soustředění určené přímo začátečníkům ve světě teoretické informatiky. Nezapomeňte, že řešením úloh si zvyšujete šanci na přijetí, pokud budeme mít převis účastníků. Nemusíte zoufat ani vy, kteří jste se nezúčastnili předešlých dvou sérií – pokud se pokusíte vyřešit alespoň část této série, přihládneme k tomu.

Termín série: 14. března v 8:00 SEČ, praktické úlohy za třetinu bodů až do 6. března

Obsah série: 4 praktické úlohy (značené ) – K těmto úlohám je nutné napsat program (v libovolném vhodném jazyce), stáhnout si z našeho webu vstupní data a odevzdat odpovídající výstup.

2 teoretické úlohy (značené ) – U těchto úloh nás zajímá hlavně slovní popis řešení, ve kterém byste měli zdůvodnit jeho funkčnost a ideálně nás i přesvědčit o jeho efektivitě.

Odevzdávání: Přes web na adrese <https://ksp.mff.cuni.cz/z/odevzdej.cgi>



Zadání třetí série začátečnické kategorie 28. ročníku KSP

28-Z3-1 Místo oslavy 8 bodů

Střední škola, na kterou chodí Kevin, slaví tento rok významné výročí: celých 500 let od svého založení. Její vedení proto plánuje uspořádat náležitě velkou oslavu, spojenou s výstavou o historii školy a ukázkami prací studentů.

Než se pustí do dalších příprav, musí se vyřešit jedna důležitá věc. Samotná škola totiž nemá žádné velké prostory, ve kterých by mohla takhle velkou akci uspořádat. Proto si chce někde ve městě pronajmout sál. Ale kde? Ne všechny obyvatele budou oslavy zajímat, a tak by bylo pěkné najít nějaké místo blízké těm, kteří určitě přijdou.

Město tvoří jedna dlouhá rovná ulice, okolo které se nacházejí domy. Pro určení pozice ve městě tedy stačí jediné číslo – vzdálenost od začátku města. Máme k dispozici pozice domů, kde bydlí lidé zajímající se o školní oslavu. Naším úkolem je najít takové místo, které má co nejmenší vzdálenost k tomu, kdo to má nejdále.

Tvar vstupu a výstupu: Na prvním řádku je číslo N , na druhém je N čísel, každé představuje dům zájemce, resp. jeho pozici ve městě. Vypište celé číslo označující nejlepší možnou pozici sálu. Pokud je možných odpovědí více, vypište libovolnou z nich.

Ukázkový vstup:

5
3 5 17 24 25

14

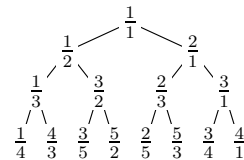
28-Z3-2 Zlomkovník 10 bodů

Po nalezení vhodného místa se přípravy rozjely naplno. Kevin nechávalo výročí své školy dlouho chladným (a rýpavě se ostatních ptal, zda 512 let není významnějším výročím než 500), ale pak jeho třída dostala zajímavý úkol. Měli vyrobit nějaké umělecké dílo připomínající Kevinův nejoblíbenější předmět – matematiku.

Jak by taková věc ale mohla vypadat? Kevin dlouho nemohl na nic přijít, ale pak si vzpomněl, jak se Zuzkou po Vánocích odstrojovali stromček. Co si znovu pořídit strom, ale tentokrát pořádný, matematicky popsateľný? Po chvílihle

dání na internetu skutečně našel web, kde prodávali pěkné modely binárních stromů.¹

Takové dílo by bylo příliš strohé, a proto si Kevin řekl, že každý vrchol stromu označí nějakým zlomkem. Ale ne jen tak ledabyly. Pokud k jakémukoliv vrcholu připišeme zlomek $\frac{A}{B}$, kde A a B jsou přirozená čísla, v jeho levém synovi bude $\frac{A}{A+B}$ a pravém synovi $\frac{A+B}{B}$. Do kořene stromu zapíšeme $\frac{1}{1}$. Část takového zlomkovníku (jak jinak nazvete strom se zlomky?) bude vypadat takto:



Kevin si nakreslil ještě několik dalších úrovní a došlo mu, že se tímto postupem může dostat k jakémukoliv zlomku v základním tvaru. Jak to ale co nejrychleji provést?

Na vstupu dostanete řádek se dvěma přirozenými čísly A a B . Najděte nejkratší cestu z kořene zlomkovníku do vrcholu odpovídajícímu zlomku $\frac{A}{B}$. Výstup tvoří posloupnost znaků R a L, kde R je přechod do pravého a L do levého syna.

Ukázkový vstup:

2 5

Ukázkový výstup:

RLL

28-Z3-3 Posloupnost za trest 10 bodů

Ajaj! prolétlo Kevinovi hlavou, když uviděl balík se stromem, který nechal poslat na adresu školy. Mělo mu dojít, že ten internetový obchod sídlící na druhém konci planety možná používá jiné jednotky. Očekával výšku okolo dvou metrů, ale tenhle kolos se snad nevejde ani do tělocvičny...

Stěhování obrňho zlomkovníku na místo výstavy zabralo pět dní a vystřídalo se na něm celý personál školy. Když se ukázalo, že strom je přece jen o něco nižší než výška stropu, všichni si oddechli. A hned poté požádali Kevinova učitele

matematiky, aby dal svému nepozornému studentovi nějaký exemplární trest.

Teď je Kevin po škole a zabývá se touto posloupností čísel:

1, 11, 21, 1211, 111221, ...

Jak jsme na ni přišli? Začali jsme jednou jedničkou. Pak jsme ji přečetli: „jedna jednička“, takže pišeme jedničku a jedničku. To jsme opět přečetli: „dvě jedničky“, tedy 21. Pak „jedna dvojka, jedna jednička“, čili 1211. A tak dále.

Kevinovým úkolem je zapsat N -tý člen posloupnosti. Ale členy rostou rychle a kdyby byl poctivý, zůstal by ve škole až do večera. Chce si proto pomoci malým podvodem: vypočte jen několik prvních čísel N -tého členu a bude doufat, že matikář delší část kontrolovat nebude.

Pro zadané N a K spočítejte prvních K čísel N -tého členu. Slibujeme, že $N, K \leq 300\,000$.

Ukázkový vstup:

8 10

Ukázkový výstup:

1113213211

28-Z3-4 Zbývající úlohy 12 bodů

Korejské přísloví říká, že při odložení práce o jeden den uplyne ve skutečnosti dní deset. Kvůli stěhování zlomkovníku a podobným komplikacím čas ubýval a ubýval a s přibližujícím se dnem oslavy zůstávalo mnoho důležitých úkolů nesplněných. Ředitel proto svolal učitele a zástupce žáků k poradě do školní auly.

Když tam Kevin dorazil, schůze už začala a vládl tam zmatek. Učitelé na tabuli vypsali seznam úkolů, které bude třeba před oslavami splnit, a jejich časovou náročnost. Teď se ale nemohli shodnout na tom, zda je vůbec možné všechno stihnout. Problémem je mimo jiné to, že některé úlohy mohou být splněny až po dokončení jiných (např. není možné, aby se instalovala výstava o historii školy, pokud nejsou sepsané texty).

Tvar vstupu: Na prvním řádku dostanete celkový počet úkolů $N \leq 100\,000$ a počet závislostí K . Na dalším řádku je N čísel, kolik hodin bude splnění jakého úkolu trvat. Na dalších K řádcích se vyskytují dvojice čísel A a B : úkol s číslem B je možné začít až po dokončení úkolu A . Číslo jeme od nuly.

Na úkolu může pracovat jen jeden člověk, ale více úkolů lze zpracovávat paralelně (předpokládejte, že dobrovolník máme k dispozici nekonečně mnoho). Práce na úkolu začne v momentě, kdy všechny úlohy, na kterých závisí, jsou splněny.

Tvar výstupu: Vypište číslo označující počet hodin potřebných k dokončení všech úkolů.

Ukázkový vstup:

4 4
5 6 8 5
0 1
0 2
1 3
2 3

Ukázkový výstup:

18

Nejprve je třeba splnit úkol 0, na 1 a 2 se může pracovat současně, teprve po dokončení obou můžeme začít 3.

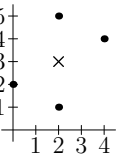
28-Z3-5 Ukotvení stromu 12 bodů

Oslava výročí se povedla. Zvláště Kevinův obrň zlomkovník vzbudil takovou pozornost, že se na výstavu došlo podívat takřka celé město. Proto se ředitel školy a jeho zástupci jednomyslně shodli na tom, že umělecká díla by se měla vystavit trvale na pozemku před školou.

Nejvíce práce samozřejmě zabralo převezení zlomkovníku. A protože se čekalo, že na novém místě nějaký čas setrvá, bylo nutné jej pořádně ukotvit. To se dělá tak, že se okolo stromu zatluče několik kolíků a od každého vedeme lano až ke kmeni, kde se připevní.

Abý celá konstrukce byla skutečně stabilní, chceme kolíky rozdělit do dvojic, kde oba body a kmen stromu leží v jedné přímce, vzdálenost obou bodů od kmene je stejná a kmen se nachází mezi kolíky. Můžeme tedy říci, že všechny kotvící body jsou středově souměrné podle bodu označujícího kmen.

Kevin na místo přišel ve chvíli, kdy pracovníci už zatlukli všechny kolíky a čekali na přivezení stromu. Zapsal si souřadnice jednotlivých kolíků a rád by našel bod, podle kterého jsou všechny středově souměrné – nebo zjistil, že takové místo neexistuje.



Např. pro body $[4, 4]$, $[2, 5]$, $[0, 2]$ a $[2, 1]$ je správný střed $[2, 3]$, viz obrázek.

28-Z3-6 Šíření drbů 14 bodů

„Víš, co jsem zjistila? To tvoje veledlo se stejně bude muset brzy přesunout, protože město chce na pozemku dělat archeologické vykopávky!“ řekla Kevinovi Sára. „Vážně? A to jsi zjistila kde?“ zajímal se Kevin. „Od jedné kamarádky,“ odpověděla vyhybavě.

Sářiny kamarádky ze třídy tvoří nerozlučnou partu a jejich společnou zálibou je drbání o všem možném i nemožném. Každá spolužačka přijde ráno do školy se svým jedinečným drbem. O přestávce se každá z nich zapovídá s kamarádkou dle svého výběru a v těchto dvojicích si povyměňují všechny drby, které v daný okamžik znají.

Znáte celkový počet spolužaček v partě, N . Pro jednoduchost předpokládejte, že N je mocnina dvojky ($1, 2, 4, 8, 16, \dots$). Navrhnete, o které přestávce se má setkat kdo s kým tak, aby se co nejrychleji všechny kamarádky dozvěděly všechny drby.

Např. pro čtyři spolužačky A, B, C, D si mohou o první přestávce vyměnit drby dvojice A–B a C–D, o druhé pak A–C, B–D. Takto bude po dvou přestávkách znát každá všechny drby.

KSP pro vás připravují studenti Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

Webové stránky:

<https://ksp.mff.cuni.cz/>

E-mail:

ksp@mff.cuni.cz

Diskusní fórum:

<https://ksp.mff.cuni.cz/forum/>

Chcete-li s námi komunikovat bezpečně, můžete si ověřit náš HTTPS certifikát – jeho SHA1 fingerprint je: 0E:D9:B6:E5:6F:B0:51:D9:66:EB:E9:29:E4:58:AB:5F:99:D6:FD:A3.

¹ Nevíte-li, co je binární strom, nahlédněte do naší základní kuchařky (<http://ksp.mff.cuni.cz/viz/kucharky/zakladni>).

