Korespondenční Seminář

z Programování

Milí chlapci a děvčata, jako každý rok je tu
opět **Korespondenční Seminář z Programování.**
Že jste o něm ještě neslyšeli? V tom případě
si zkuste odpovědět na následující kvíz:

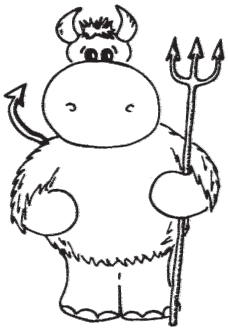
- Zajímáš se o počítače?
- Rád soutěžíš?
- Chceš se dozvědět něco nového?
- Chceš poznat nové lidi?
- Chceš užitečně vyplnit volný čas?
- Hledáš výzvu pro svoji hlavu?

Odpověděl sis alespoň jednou „ano“? Pak hledáme
právě Tebe. KSP hledá nové řešitele a zapojit
se může každý. Máš-li chuť, otoč list …

Nyní určitě hledáš odpověď na otázku, která se Ti honí v hlavě od chvíle, kdy jsi spatřil tento leták. Ty znáš tu otázku. Bohužel Ti neumíme dost dobře popsat, co KSP je, ale můžeme Ti to ukázat. Pro bližší představu jsme připravili pár informací, které by Tě mohly zajímat:

- KSP je celostátní a celoroční soutěž v programování pro studenty středních i základních škol.
- Jeden ročník je rozdělen na 4–5 sérií.
- V každé sérii účastníci obdrží poštou zadání úloh.
- Úlohy vyřeší v teple domácího krbu a svá řešení nám zašlou zpět (opět poštou, případně přes webové rozhraní).
- My jim vrátíme opravené úlohy společně se vzorovými řešeními, zpravidla se zadáním další série.
- Na vyřešení jedné série je několik týdnů času.
- Série obsahuje šest programátorských úložek a každému řešiteli jsou započítány čtyři nejlépe vyřešené.
- Úlohy jsou čistě algoritmického rázu. Rychlejší a lépe popsané algoritmy mají přednost před programy hýřícími barvami.
- Každá úloha je bodována, body ze všech úloh ze všech sérií se sčítají a tvoří celkové hodnocení.
- Pro nejlepší řešitele pořádáme na začátku dalšího školního roku (obvykle v říjnu) **soustředění,** na kterém se nejen dozví užitečné věci z programování, ale také si protáhnou tělo i mysl při ryze neinformatických činnostech.
- Další informace a **přihlášku** nalezneš na *http://ksp.mff.cuni.cz/*, dotazy (ale ne řešení úloh) můžeš posílat na *ksp@mff.cuni.cz.*
- Hodně štěstí!

Milí řešitelé a řešitelky!



Vítejte u 21. ročníku Korespondenčního semináře z programování. Doufáme, že se vám bude líbit alespoň tak jako ročníky předchozí. Svá řešení první série nám zasílejte do 12. října 2008 buďto elektronicky na *http://ksp.mff.cuni.cz/submit/*, nebo klasickou poštou na adresu:

Korespondenční seminář z programování
KSVI MFF UK
Malostranské náměstí 25
118 00 Praha 1

První série dvacátého prvního ročníku KSP

V letošním ročníku jsme se rozhodli pro lehce netradiční formu příběhů, které prokládají jednotlivé úložky a patří již k tradičnímu folkóru KSP. Na rozdíl od minulých dvou let letos nebudeme mít příběh jediný, který by spojoval všech pět sérií, ale představíme vám pět různých povídek z pěti různých žánrů od pěti různých autorů. První povídku vám přináší reportér Michal Vaner.

Milí čtenáři, tímto článkem se s vámi loučím. Píši do časopisu KSP již příliš dlouho a každý potřebuje trochu kariérního růstu. Možná bych vám ale měl poskytnout alespoň malé vysvětlení.

Nedávno se uvolnilo místo šéfredaktora. To byla skvělá příležitost pro člověka znuděného běžnou denní prací novináře (získávání informací v terénu, nasazování života, podplácení, psaní článků, odpovídání na stížnosti a tak podobně) Bohužel, takových lidí máme v redakci mnoho, místo šéfredaktora jen jedno. Což si žádalo výkon hodný nejlepšího reportéra. Jak se říká, bombu.

Po kratším zkoumání možností jsem se nerozhodl pro nic menšího než reportáž přímo z pekla. Zabalil jsem dostatek papíru, tužku, diktafon, příručku vymítání ďábla pro všechny případy a vyrazil.

Jak jistě ví každý čtenář, do pekla se dá dostat dvěma způsoby. Ten obvyklý je však jednosměrný a poněkud nepříjemný, proto jsem využil pekelnou bránu.

Pro vyvolání pekelné brány je nutné zapálit oheň v ohništi o obsahu 666 čtverečních centimetrů. Nejjednodušší ohniště je ve tvaru konvexního mnohoúhelníku, ovšem je trochu problém správně trefit obsah.

21-1-1 Ohniště — 9 bodů

Ohniště je konvexní mnohoúhelník. Na vstupu je zadané jako seznam jeho vrcholů v kartézské soustavě (jejich x-ová a y-ová souřadnice), seřazený ve směru hodinových ručiček.

Vaším úkolem je spočítat jeho obsah.

Příklad: Vrcholy: $(0,0), (0,1), (1,0)$ Obsah: 0.5

Formát vstupu si zvolte libovolný, avšak souřadnice jsou reálná čísla.

Oheň se rozhořel, já vhodil síru a brána se otevřela. Sestoupil jsem po schodišti do něčeho, co vypadalo jako temně rudě vymalované sklepení s klenutým stropem. Osvětlení zajišťovaly plameny šlehající ze spár mezi kameny černými od sazí. Přestože mi v žádném případě nebyla zima, běhal mi mráz po zádech a naskakovala husí kůže. Možná za to mohly divné zvuky vycházející ze vzdáleného konce chodby, možná jen to, jak neobvykle tato poněkud strohá (byť originální) výzdoba působila.

Sklepní chodba vyústila do prostorného sálu. Možná by se dalo říci skladu, neboť se po zemi a podél stěn válely hromady polen, staré vidle, několik kotlů a dokonce starý, moly prožraný, čertí kožich.

Otočil jsem se a zjistil, že chodba za mnou zmizela. Místo ní se na okraji skladu nacházely tři stojany na kotle, řádně rezavé, aby nebozí hříšníci měli strach, že dostanou infekci. Napadlo mě, že bych se měl trochu maskovat a zmizet, než mě najdou hned tam, kudy jsem přišel, zajisté vědí, kam se jim tvoří brány. Popadl jsem onen starý kožich, jedny vidle a vyšel ze skladu.

Jen co jsem vyšel na chodbu, potkal jsem mladou čertici. Její dlouhé černé vlasy krásně ladily k učesanému kožichu. Usmála se na mě. Nevím, co se jí mohlo líbit na mě, když jsem neměl ani rohy, ani ocas a kožich jsem měl řádně vypelichaný, ale určitě to byl úsměv. Upřímně řečeno mě taková věc vyděsila. Přeci jen, já jsem obyčejný smrtelník, který je na černo v pekle a ona čertice. Krve by se ve mě nedořezal, když na mě promluvila:

„Koukám, že preferuješ starý typ vidlí. Dneska už s tím skoro nikdo neumí zacházet, ale je to škoda, vyvolávaly mezi lidmi respekt. Osobně taky preferuji původní model. Nešel by sis někdy zaházet?“

„Um, totiž, já, ehm, totiž, nemám čas na...“, začal jsem se vymlouvat a pokoušel jsem se nenápadně zmizet za roh. Ale ve chvíli, kdy si postěžovala, že také nemá moc času, že musí plánovat optimalizace kotlů, probudily se ve mě novinářské pudy. V kapse jsem zapnul diktafon a začal se vyptávat:

„Co jsou to optimalizace kotlů?“

„No, jak pořád straší s tím globálním oteplováním, tak je lepší mít všechny používané kotle pohromadě, aby méně tepla unikalo nahoru na zem. No a jak tak přibývají noví hříšníci a staří už jsou k nepoužití, tak je třeba je občas přesouvat.“

„A to pomáhá? Myslím jako s tím globálním oteplováním?“

„To netuším, nahoru k lidem chodíš snad ty, ne? Ale podle mě je to úplný nesmysl. Až tam na ně jednou vlítneme, to teprve bude globální oteplení. A oni si zatím dělají hlavu s nějakým stupněm za 20 let.“

„A můžeš našim čte... ehm, můžeš mi, prosím, prozradit, jak se takové optimalizace provádí? To nestačí prostě vzít hříšníky z jedné místnosti a přestěhovat je jinam?“

„A oni rovnou utečou, žejo. Ti se musí stěhovat po jednom, kvůli bezpečnosti. A musí se to pečlivě naplánovat, aby to trvalo co nejkratší dobu. Teď zrovna tu mám seznam, koho kam přesunout. Klidně se podívej ...“

21-1-2 Optimalizace kotlů — 10 bodů

Stejně jako v loňském ročníku i letos pro vás budeme připravovat praktické úložky. V každé sérii bude právě jedna, a jak jste již asi uhodli, zrovna jste narazili na první takovou.

Na rozdíl od běžných úložek není potřeba k této úloze sepisovat jakýkoli popis nebo vysvětlení vašeho řešení. Jediným vaším cílem je odladit funkční program, který bude přesně

odpovídat specifikaci v zadání.

Zdrojový kód tohoto programu pak odevzdáte do webové aplikace CodEx (*http://codex2.ms.mff.cuni.cz/ksp*), kde za něj rovnou obdržíte body. Pokud vám CodEx žádné body nedá, nedostanete je ani od nás, takže věnujte zvýšenou pozornost tomu, co vám CodEx odpověděl. Na odevzdání máte víc pokusů (kolik přesně se dozvíte přímo v CodExu) a do hodnocení se vám pak bude počítat nejlepší pokus (maximum získaných bodů).

K řešení praktické úložky můžete používat jazyky Pascal, C, C++ a C#. Jiné jazyky bohužel CodEx neumí. Při psaní si dávejte pozor, abyste nepoužívali knihovny a techniky, které jsou závislé na vašem kompilátoru nebo platformě a které nejsou garantované normou použitého jazyka (např. Pascalisté nesmí používat unitu Crt, naopak programátoři v C++ můžou použít knihovny STL).

Přihlašovací jméno a heslo do CodExu je stejné jako do našeho webového submitovátka. Pokud nemáte zřízený účet v submitovátku, musíte se nejprve zaregistrovat. V případě potíží nás můžete kontaktovat na naší e-mailové adrese nebo na diskusním fóru *http://ksp.mff.cuni.cz/forum/codex/*.

CodEx bude během prázdnin odstaven, ale začátkem září již budete moci vaše úložky odevzdávat.

Zadání:

Přesouvání hříšníků mezi kotli není snadná záležitost. Když si jeden nedá pozor, může se mu stát, že nacpe do jednoho kotle hříšníky dva, nebo ještě hůř, že se mu hříšníci rozutečou. A čerti nemají času nazbyt, takže potřebují mít přesuny hotové co nejdřív.

Ve vstupním souboru *kotle.in* se na prvním řádku nachází číslo N, které představuje počet kotlů. Na druhém řádku následuje N čísel oddělených mezerami, kde i-té číslo k_i popisuje i-tý kotel (kotle číslujeme od 1). Pokud je $k_i = 0$, znamená to, že je i-tý kotel prázdný. Naopak nenulové k_i znamená, že se v i-tém kotli vaří hříšník, kterého je potřeba přesunout do k_i-tého kotle. Speciálně pak pokud je $k_i = i$, tak se v i-tém kotli nachází někdo, koho není třeba přesouvat.

V jednom okamžiku lze přesouvat jen jednoho hříšníka, a to z plného kotle do prázdného (takže nikdy nesmí být v žádném kotli víc než jeden hříšník). Celkový počet přesunů musí být minimální možný.

Své výsledky uložte do souboru *kotle.out*, kde každý přesun bude na samostatném řádku jako dvojice čísel i a j (číslo i je index kotle, odkud se přesouvá, a j je index, kam se přesouvá).

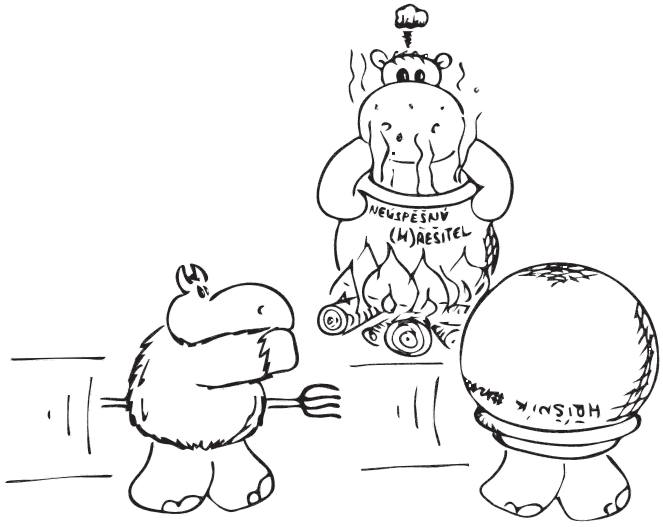
Příklad:

`kotle.in`

```
8
0 4 1 0 8 0 5 6
```

`kotle.out`

```
2 4
3 1
8 6
5 8
7 5
```



Rozloučil jsem se s čerticí a zašel za roh. Teprve tam jsem si všiml, že si odnesla moje vidle. Inu, co se dá čekat od čertice, řekl jsem si, že vidle stejně k ničemu nepotřebuji, když je to navíc ještě starý typ, se kterým se prý špatně zachází.

Opatrně jsem nakoukl za roh křižovatky a dobře jsem udělal. Dva čerti v uhlově černých kožiších, pravděpodobně místní pořádková služba, právě kontrolovali třetího. Poté, co zjistili, že má všechny doklady v pořádku, nechali ho jít. Já pochopitelně žádné doklady neměl, takže jsem ani netoužil po setkání s nimi.

Poté, co odešli, jsem se ještě jednou rozhlédl a vydal se další, plameny osvětlenou, chodbou. Za chvíli se přede mnou objevila další křižovatka ...

Jak se ukázalo po asi hodině bloudění chodbami, měl jsem si začít kreslit plány. Tento podzemní komplex je neuvěřitelně rozsáhlý. Kromě toho jsem se vyhnul dalším dvěma hlídkám a při obcházení třetí jsem vrazil do dvojice čertů nesoucí pytel.

„Dávej pozor, ty nemehlo! Co tu vlastně děláš, když nikoho neneseš?“

Co na takovou otázku říci. Vzmohl jsem se jen na to, že jsem se ztratil, což byla ostatně pravda. Ten druhý čert, nejspíš o něco málo méně otrávený tím, že na mě narazil, mi popsal cestu k nejbližšímu plánu a oba dva vyrazili dál se svým nákladem.

Jak se ukázalo, na plánu bylo zakresleno celé jedno podlaží. Zachyceny byly sklady, místnosti s kotli, ubytovny personálu i administrativní místnosti. Taktéž byl u každé chodby naznačen směr, kterým se mají čerti nesoucí své oběti pohybovat. Domyslel jsem si, že se budou někde stýkat a tam bude slavná pekelná váha a přijímací kancelář. Okamžitě mě samozřejmě začalo zajímat, kde se taková věc nachází, abych tam čistě náhodou nezabloudil, ještě by mě právem považovali za smrtelníka a rovnou mi poskytli svoje služby.

21-1-3 Přijímací kancelář — 11 bodů

Vaším úkolem je najít na plánu přijímací kancelář. Plán (vstup programu) obsahuje význačné body (křižovatky, kotelny, sklady a podobně) a chodby mezi nimi. Každá chodba má stanovený směr, ve kterém mají čerti chodit. Přijímací kancelář je význačné místo, do kterého se dá dostat z libovolného jiného význačného místa při použití chodeb pouze v předepsaném směru.

Vstup může být zadaný například takto: Na prvním řádku jsou dvě čísla, m a n. n udává počet význačných bodů, m počet chodeb mezi nimi. Každý z následujících m řádků

obsahuje dvě čísla, a_i a b_i. Takový řádek říká, že místa a_i a b_i jsou spojena chodbou a čerti v ní mají chodit směrem od a_i do b_i.

Vyrazil jsem opačným směrem, než byla přijímací kancelář, a protože mě začínala přemáhat únava, vešel jsem do nejbližších dveří a v koutě, který mi přišel nejměkčí, usnul.

PJOOONG! Probudil mě nepříjemný zvuk těsně u ucha. Leknutím jsem se narovnal a do něčeho narazil hlavou. To něco byly čerstvě zapíchnuté vidle.

„Co tady děláš?!“ vyjel na mě čert, který je hodil: „To je nápad – chrápat na cvičišti.“ Byl jsem tak ospalý, že mě nenapadla žádná vhodná výmluva. Jak jsem si tak protíral oči, čert si všiml, že něco není v pořádku:

„Ty nejsi čert!“ popadl mě. Nacvičeným chvatem si mě hodil na záda a nesl chodbou. „A ať tě ani nenapadne se vzpouzet,“ dodal konverzačním tónem. Vzhledem k tomu, že nesl v jedné ruce mě a v druhé vidle a na první pohled s tím neměl nejmenší problém, tak mě to vážně ani nenapadlo.

Vstoupil do malé místnosti se stolem a oznámil sedícímu: „Šéfe, mrkněte, koho jsem chytil na cvičišti. Co s ním mám dělat?“

„Hoď mi ho ťamhle ďo kouťa, ať še na něj můžu poďívať,“ zašišlal ten sedící čert, z jehož kvality chrupu se dalo soudit, že má svá nejlepší léta dávno za sebou. Čert-nosič mě upustil na zem a opustil místnost.

„Ťakže, já šem Nejvyšší Bejžebub. A čo ťu děják ty?“

„Já jsem reportér,“ odpověděl jsem po pravdě. Stejně už odhalili, že mi chybí rohy a tak podobně, takže už mi pravda nemohla nijak ublížit.

„Hm, ťo je čo?“

„No, chtěl jsem si to tu prohlédnout a říct ostatním, jak to tu vypadá. Ostatní jsou zvědaví a o pekle se toho zase tak moc neví.“

„Pjohjídnouť žíkáš...“ mumlal si pod fousy, zatímco se přehraboval v hlubinách stolu: „kam jen jšem ji štjčij?“

BUCH! Hodil na stůl těžkou knihu, čímž shodil ze stolu nějaký instrument. „Šakja, už žaše,“ ušklíbl se a začal listovat v knize. „Jepojtéj, kde jen šem ťo měj... á, ťaďy ťě mám. Hm, hžíchů moč nemáš, pšišej jši šám. Hmm. Aje žaše jši mě pjobudij a ještě jšem ši kvůji tobě jožbij žavjažovačí šyštém...“

„Mohl bych vám ho opravit, ať kvůli mě nemáte škodu,“ snažil jsem se zachránit situaci a především sobě krk. Nabídka ho zaujala a vysvětlil mi, že to, co shodil ze stolu je zavlažovací systém pro jeho bonsaj. Že největší problém je vždy se seřízením. Na bonsaji rostou lístky v trsech, některé trsy jsou pod sebou a množství vody proudící z jednotlivých hubic je třeba přizpůsobit počtu lístků, které rostou pod nimi.

Začal jsem tedy přemýšlet nad seřízením, zatímco Bezezub si sedl do křesla a usnul.

21-1-4 Bonsaj — 11 bodů

Bezezubova bonsaj se skládá z větviček, lístků a rozdvojek. Dole v květináči je rozdvojka. Z ní doleva i doprava vyrůstají větvičky dlouhé $\sqrt{2}$ pod úhlem 45°. Na konci těchto větviček jsou zase rozdvojky, ze kterých mohou vyrůstat dvojice větviček pod úhlem 45°. Jinými slovy, je to binární strom.

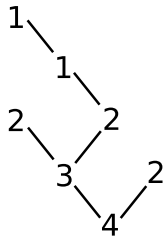
Lístky rostou pouze na rozdvojkách (za rozdvojku je považováno i místo na konci větvičky, ze které vyrůstá méně než 2 další větvičky).

Takovou bonsaj lze popsat v tzv. preorderu. Vypsání stromu probíhá tak, že ho vezmeme za kořen (rozdvojka, která se nachází nejníže) a vypíšeme, kolik je v něm lístků. Poté si představíme, že bychom obě větvičky přeřízli a uříznuté kusy prohlásily opět za stromy. Ty poté vypíšeme stejným způsobem (kořen, uříznout...), napřed levý, potom pravý.

Když se stane, že už nemáme co uříznout (větvička na některou stranu neroste), vypíšeme místo počtu lístků v tomto neexistujícím stromu číslo −1.

Protože Bezezub je nedůvěřivý, k bonsaji nikoho nepustí a dal vám k dispozici jen její popis v tomto formátu.

Jak již bylo řečeno (a lze si všimnout z popisu bonsaje), některé trsy lístků se nacházejí nad sebou. Vaším úkolem je spočítat, kolik lístků je v jednotlivých „sloupečcích“, směrem odleva doprava.



Na obrázku vidíte bonsaj, která odpovídá popisu 4 3 2 -1 -1 2 1 1 -1 -1 -1 -1 2 -1 -1. Spočítané sloupečky vyjdou 3 4 6 2.

Bezezub si prohlížel zařízení a pochvaloval si, jak dobře je seřízené. Když jsem se zeptal, co tedy bude se mnou, zděšeně sebou trhl. Očividně na mě zcela zapomněl. Po chvíli přemýšlení ale řekl, že proti mě v předpisech nic nenašel, takže se můžu po pekle volně pohybovat.

Opustil jsem tedy jeho kancelář a přemýšlel, koho z místního obyvatelstva bych mohl vyzpovídat. Přitom jsem procházel jednou z mnoha chodeb, které se tu vyskytují, aniž bych pořádně tušil kam.

„Brrlrlrlr“ ozvalo se ze dveří. Nakoukl jsem dovnitř a uviděl bar. „Dneska to nalejváš nějaký silný. Ale co už, ještě jednu,“ objednával čert s červeným nosem a rohy. „Brrlrlrlr“ hodil do sebe další skleničku a odvrávoral ke stolu, kde byli tři další, podobně červenorozí, čerti. Vytáhli karty a začali je rozkládat po stole.

Rozhlédl jsem se po ostatních stolech, kde vysedávali čerti a čertice v různém stádiu společenské vyčerpanosti. Vidle měli všichni odložené u dveří a nalévali do sebe nějakou žlutočervenou tekutinu, ze které se kouřilo a občas vylétla jiskra. Barman se právě přehraboval někde v policích, zatímco ocasem naléval další skleničku žlutočerveného moku.

Rozhodl jsem se přistoupit ke stolku karetních hráčů: „Promiňte, že vyrušuji, můžu se vás zeptat, co je to za hru?“ Jeden z čertů se otočil a zareagoval otázkou: „A ty jsi jako kdo? Kde máš vocas?“ Začal jsem tedy vysvětlovat svou situaci a po chvíli zjistil, že s nimi sedím u stolu a v ruce držím skleničku žlutočerveného čehosi. Zatímco jsem nedůvěřivě pozoroval jiskry vylétající ze sklenice, a čerti se bavili mým nedůvěřivým pohledem, jeden z nich mi vysvětlil princip karetní hry. Nebo, alespoň se o to pokusil.

Co si pamatuji s jistotou, je, že karty byly rozděleny do dvou skupin. Jedna skupina, ta větší, byli čerti, a druhá čertice. A základní pravidlo vykládání bylo, že se nikdy nesmí vyložit dvě čertice vedle sebe. Na dotaz proč mi bylo řečeno, že to by pak bylo opravdu peklo, kdyby se mohly na nebohé čerty dohodnout.

A za každé vyložení balíčku byly nějaké body. Protože jsem se ale nakonec k ochutnání onoho jiskřícího nápoje odhodlal a nezůstalo u jednoho, tak si nepamatuji, jak. Alespoň by mě zajímalo, kolik možných způsobů vyložení existuje.

21-1-5 Zapeklitá karetní hra — 8 bodů

Máme balíček karet. V tomto balíčku se nachází Č čertů a Ď ďáblic, přičemž Č > Ď. Úkolem je spočítat, kolika způsoby lze balíček vyložit do řady tak, že žádné dvě ďáblice

nejsou vedle sebe. Jak čerti, tak ďáblice jsou navzájem nerozlišitelní (tedy, čert od čerta a ďáblice od ďáblice).

Když jsem se ráno s bolestí hlavy probudil, marně jsem vzpomínal, kdy jsem šel spát a kolik jsem toho vlastně vypil. O to větší šok to byl, když jsem dostal do rukou pytel a vidle. Řekli mi, že jsem se s nimi včera večer dohodl, že dnes společně vyrazíme (jen tak cvičně) na lov hříšníků. Čerti byli čtyři, všichni si to zřejmě pamatovali a já s vidlemi zacházet neuměl, takže mi ani nic jiného nezbývalo.

Musím ale uznat, že to byla rozhodně lepší práce, než sedět u počítače a psát články do časopisu. Takže jsem se rozhodl změnit zaměstnání a čerti mi slíbili, že mě naučí zacházet s vidlemi, létat, a že i ten ocas a rohy mi nějak zařídí. Toto je můj poslední článek. Doufám, že bude otištěn, když už ho posílám poštou a nedostanu za něj žádný honorář.

Nevyhlašujte po mě pátrání.

Na brzkou shledanou

Váš Kadet Služebníků Pekelných

21-1-6 Nejkratší vyhrává — 12 bodů

V minulých ročnících KSP jste na tomto místě potkávali seriál zabývající se nějakým netradičním způsobem programování – hradlovými sítěmi, logickými predikáty, funkcionálně, pravděpodobnostně, ... Pro letošní ročník si pořídíme poměrně běžný programovací jazyk, ale zatímco většinou nás zajímá *nejefektivnější* program (tedy takový, který spotřebuje co nejméně času a paměti), tentokrát budeme hledat řešení, které je *nejkratší možné.*

V Pascalu nebo Céčku je ovšem délka programu pojem poměrně podivný, protože můžete do jednoho příkazu poskládat mnoho navzájem nepříliš souvisejících operací – příkladem budiž třeba jednořádkové řešení úlohy 16-4-1, které najdete v archivu KSP na webu. Proto si zavedeme svůj vlastní jazyk, ne nepodobný assembleru dnešních procesorů, ve kterém budou jednotlivé instrukce vykonávat jen velice jednoduché operace. Jazyku budeme říkat RAPL (Raw Abbreviated Programming Language).

Paměť našeho pomyslného počítače je tvořena 26 *registry* označenými `a` až `z`. Do každého z nich lze uložit libovolné 32-bitové číslo, tedy celé číslo x v rozsahu $0 \leq x < 2^{32}$. Mimo to má náš počítač k dispozici ještě 26 *polí* značených `A` až `Z`. Každé z nich je indexováno 32-bitovými čísly a jeho prvky jsou opět 32-bitová čísla. Často budeme pracovat s dvojkovými zápisy čísel, budeme je značit tučnými číslicemi **0** a **1**. Tedy $10 = \mathbf{1010}$, $12 = \mathbf{1100}$.

Program je tvořen posloupností *instrukcí.* Těch je několik druhů. Nejdůležitější jsou *výpočetní instrukce.* Ty mají tvar "$a = b \odot c$", kde $\odot$ je nějaká operace (třeba "+"), b a c jsou hodnoty, se kterými se tato operace provádí, a a je místo v paměti, kam uložit výsledek.

Operace jsou k dispozici tyto:

- *Aritmetické operace* `+`, `-`, `*`, `/` (celočíselné dělení) a `%` (zbytek po dělení). Ty fungují tak, jak jsme zvyklí, ovšem pokud se výsledek nevejde do 32-bitového čísla, jsou "přečnívající" bity ořízntuty, jinými slovy počítáme modulo 2^{32}. Například $2^{31} + 2^{31} = 0$ a $1 - 2 = 2^{32} - 1$.
- *Bitové operace* `&` (AND), `|` (OR) a `^` (XOR). Fungují úplně stejně jako v Pascalu nebo Céčku.
- *Bitové posuvy* $<<$ (posuv doleva) a $>>$ (posuv doprava). Výsledkem je číslo vzniklé posunutím dvojkového zápisu čísla b o c bitů doleva, resp. doprava, s doplněním nulami. Příklad: $1 << 5 = \mathbf{100000} = 32$, $12 >> 2 = \mathbf{1100} >> 2 = \mathbf{11} = 3$.
- *Bitová selekce* @, která vybere z čísla b bity ležící na pozicích, na kterých jsou ve dvojkovém zápisu čísla c jedničky, a „sešoupne" je k sobě. Tedy pokud jsou dvojkové číslice čísla b třeba $vwxyz$ a $c = \mathbf{10110}$, je $b\,@\,c = vxy$. Příklad: $\mathbf{11111}\ @\ \mathbf{10110} = \mathbf{111}$, $\mathbf{10101}\ @\ \mathbf{10110} = \mathbf{110}$.

Hodnoty b a c, se kterými operace pracuje, mohou být buďto čísla (32-bitové konstanty), nebo registry `a`–`z`, či případně prvky polí indexované číslem nebo registrem – ty budeme značit `A[i]`. Totéž platí pro místo a, kam se ukládá výsledek, pouze to nemůže být číslo. Za speciální případ výpočetní instrukce můžeme považovat *přiřazení* "$a = b$". (Vlastně ho nemusíme zavádět, měli jsme ho už předtím, třeba ve formě instrukce $a = b + 0$, ale praktická zkratka jistě neuškodí.)

Dále potřebujeme *řídící instrukce,* kterými můžeme program větvit a vytvářet cykly. Bude to instrukce *skoku* "`jump` x". Zde x je nějaké místo v programu (totiž konkrétní instrukce), na které chceme skočit. Určíme ho jednoduše: pořadovým číslem instrukce od začátku programu (první instrukce má číslo 0, druhá 1 atd.). Abychom nemuseli čísla instrukcí ručně počítat, zavedeme *návěští* – před každou instrukci můžeme napsat "*návěští*`:`" a tím si její pozici pojmenovat. Instrukci skoku pak místo čísla instrukce povíme jméno návěští. Argument x instrukce `jump` může být obecně libovolná hodnota, takže pozici instrukce můžeme i uložit do registru, pokud nám to je k něčemu dobré.

K větvení programu slouží instrukce *podmíněného skoku* "`if` b `?` c $\Rightarrow$ `jump` x". Ta porovná dvě hodnoty (relace `?` může být `=`, `<>` (nerovná se), `<`, `<=`, `>` nebo `>=`) a pokud je podmínka splněna, skočí na dané místo v programu. Porovnávané hodnoty b a c mohou být stejného druhu jako u výpočetních instrukcí.

Nakonec zavedeme ještě *komunikační* instrukce. Mezi ty patří instrukce "`read` a", která do a (registr nebo místo v poli) zapíše číslo přečtené ze vstupu, a "`write` b", která hodnotu b (číslo, registr, místo v poli) zapíše na výstup.

Program se vykonává od začátku, tedy od nulté instrukce, a končí poslední instrukcí, případně skokem za konec programu. Při spuštění programu jsou ve všech registrech i ve všech položkách polí uloženy nuly.

Předvedeme si jednoduchý příklad. Bude to program, který vypíše všechna čísla od nuly do desítky:

```
        a=0
znovu:  write a
        a=a+1
        if a<11 => jump znovu
```

Tento program by šel zkrátit o jednu instrukci, totiž o inicializaci registru `a`, jelikož máme zaručenu nulovost všech registrů při spuštění programu. Rozmyslete si, proč na méně než tři instrukce zkrátit nejde.

Ještě si ukážeme program, který přečte ze vstupu posloupnost čísel ukončenou nulou a pak ji vypíše pozpátku (včetně původně koncové nuly):

```
zapis:  i=i+1
        read A[i]
        if A[i]>0 => jump zapis
vypis:  write A[i]
        i=i-1
        if i<>0 => jump vypis
```

Úloha: V prvním dílu našeho seriálu jsme si pro vás přichystali následující úlohu. Pro každou ze zadaných posloupností čísel napište *co nejkratší* program (měřeno počtem instrukcí), který tuto posloupnost vypíše. Za koncem posloupnosti může program vypisovat libovolná další čísla.

a) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024
b) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233
c) 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5, 8, 9, 7, 9, 3
d) 0, 1, 0, 1, 2, 3, 2, 3, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 7, 6, 7, 4, 5, 4, 5, 6, 7, 6, 7.

(Na tuto úlohu se můžete dívat třeba jako na trochu netradiční formu IQ-testu, případně na způsob komprese dat.)

Vzorová úloha

Jako bonus přidáváme do této série malou ukázku, jak se dá KSP řešit.

Představme si asi takovouto úlohu. Máme zadané body v rovině, některé z nich jsou spojeny úsečkou (tedy, máme k dispozici seznam bodů a seznam úseček). Body jsou v obecné poloze (to znamená, že žádné tři neleží v jedné přímce). Navíc, žádné dvě úsečky se neprotínají. Úkolem je spočítat, kolik je zde trojúhelníků.

Řešení viditelné na první pohled by vypadalo asi takto: Každý trojúhelník se skládá ze tří bodů, které jsou navzájem spojené. Vezmeme proto všechny trojice bodů a u každé vyzkoušíme, jestli jsou propojené.

Budeme předpokládat, že body jsou čísla, kdyby ne, tak si je očíslujeme, aby se nám s nimi lépe pracovalo.

Jak to provést? Vezmeme tři cykly, které budou procházet přes seznam vrcholů a zanoříme je do sebe. To by ale vygenerovalo každou trojici celkem šestkrát (s různým pořadím bodů). Sice bychom mohli nakonec vydělit výsledek šesti, ale je to zbytečná práce. Proto raději zařídíme, aby se každá trojice objevila právě jednou.

Zvolíme si například její podobu, ve které čísla bodů rostou (první je nejmenší, poslední největší). Vnější cyklus nám „volí“ číslo prvního bodu (řekněme i). Protože druhý bod bude mít číslo větší, nemá cenu další, zanořený, cyklus začínat od jedničky. Začneme ho od nejmenšího čísla, které dává smysl, tedy od $i+1$. Obdobný trik použijeme na vnitřní cyklus.

Druhý problém je, jak nejrychleji zjistit, jestli jsou dva body spojené. Na vstupu máme seznam úseček, procházet ho celý by trvalo dlouho. Vytvoříme si proto tabulku (dvourozměrné pole). Oba indexy tohoto pole budou vrcholy a v buňce i, j bude $true$ právě tehdy, když jsou body i a j spojeny úsečkou. Na začátku vyplníme samé $false$ a potom, průchodem přes všechny úsečky, zaznamenáme, kde jsou. Zjistit, zda jsou dva body spojeny, je jednoduché, prostě se podíváme na správné místo do tohoto pole. (Odborně se této tabulce říká matice sousednosti.)

To, že tento algoritmus funguje, je zřejmé – každou trojici vygenerujeme právě jednou a u každé ověříme, jestli tvoří trojúhelník.

Paměťová složitost je $\mathcal{O}(n^2)$ (kde n je počet bodů) – potřebujeme tabulku velikosti $n \cdot n$ prvků.

Časová složitost je $\mathcal{O}(n^3)$. To lze nahlédnout například tak, že program obsahuje tři, do sebe vnořené, cykly, každý prochází maximálně n prvků. Zpracování jedné trojice trvá konstantně dlouho – podíváme se na tři prvky v tabulce.

Takové řešení by jistě získalo nějaké body (funguje a to dokonce v polynomiálním čase – netrvá mu to žádných $\mathcal{O}(2^n)$ či $\mathcal{O}(n!)$), ale kdybychom pomýšleli na maximum, museli bychom se ještě trochu zamyslet a přijít s něčím lepším.

Tedy, ještě jednou se podíváme, jak vypadá trojúhelník. Všimneme si, že trojúhelník je úsečka, jejíž oba koncové body jsou spojené s jiným bodem. A hned je na světě rychlejší algoritmus. Místo procházení trojic vrcholů budeme procházet dvojice hrana-vrchol a zkoumat, jestli tvoří trojúhelník.

Provedení bude obdobné, budou nám stačit cykly dva. První projde všechny úsečky a druhý uvnitř bude ke každé zkoušet všechny body.

Nyní ale bude trochu obtížnější vymyslet, jak se vyhnout duplicitám. Stačí se malinko zamyslet a přijdeme na to, že vnitřní cyklus stačí startovat na čísle o jedna větší, než je větší z koncových bodů úsečky.

Opět, algoritmus musí fungovat, neboť zkouší všechny možnosti.

Paměťová složitost je opět $\mathcal{O}(n^2)$, přestože si nyní musíme navíc pamatovat ještě seznam úseček, abychom přes ně mohli procházet. Ale počet úseček určitě nebude větší, než je $\mathcal{O}(n^2)$ – každá spojuje některou dvojici bodů, těchto dvojic je $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$.

Časová složitost je $\mathcal{O}(n \cdot m)$ za zkoušení všech možností (m je počet úseček). Tentokrát ale nemůžeme zanedbat tvorbu tabulky. K tomu potřebujeme $\mathcal{O}(n^2)$, musíme ji napřed vyprázdnit – v případě, že by m bylo malé, např. 0, pak by to hrálo svoji roli. Tedy složitost je $\mathcal{O}(m \cdot n + n^2)$.

Kdybychom chtěli, můžeme zabrousit ještě trochu do matematiky, podívat se na body a úsečky jako na rovinný graf a dokázat, že $m \leq 3n$. To nám umožní učinit odhad časové složitosti $\mathcal{O}(n^2)$ – na kterém je již jasně vidět, že jsme si oproti minulému algoritmu pomohli.

Poslední věc, která zbývá udělat, je napsat program (čtenář si může procvičit za domácí úkol). Také bychom mohli věřit vlastnímu úsudku a spolehnout se na to, že algoritmus je vymyšlený dobře a že organizátor pochopí jak algoritmus, tak zdůvodnění správnosti a časové složitosti jen z popisu.