

Milí řešitelé, řešitelky a řešitelčata!

Právě si prohlížíte komentáře k úlohám poslední letošní série KSP-H (přesněji k těm, ke kterým jsme uznali, že se komentář hodí). Připomínáme, že od letoška jsou totiž řešení každé série rozdělena na dvě části: na samotná autorská řešení, která vydáváme brzy po termínu série, a komentáře k došlým řešením, která vydáváme až po opravení vašich řešení.

Pokud se vám cokoliv nezdá nebo máte nějaký dotaz, neváhejte se ozvat na našem fóru nebo emailem na známou adresu.



Komentáře k páté sérii třicátého prvního ročníku KSP

31-5-1 Písmenková polévka

Ukázalo se, že i jednodušší verze úlohy je docela obtížná. Kromě správných úvah o cyklech (podobných vzorovému řešení) se objevilo vícero částečných řešení, která fungovala jen pro některé typy permutací.

Za zmínku ještě stojí následující algoritmus. Použijeme terminologii ze vzorového řešení: zadaná permutace je π , hledáme její druhou odmocninu σ . Pokud $\pi(1) = 1$, stačí položit $\sigma(1) = 1$ a jsme s jedničkou hotovi. Jinak rozebereme všechny možnosti, kam se jednička zobrazí, tedy co je $\sigma(1)$.

Pokud zvolíme $\sigma(1) = i$, musíme položit $\sigma(i) = \pi(1)$, protože $\pi(1)$ je podle definice rovno $\sigma(\sigma(1))$, a to je $\sigma(i)$. A jakmile máme určeno $\sigma(i)$, stejným způsobem dostaneme $\sigma(\sigma(i)) = \pi(\sigma(i))$. Můžeme pokračovat dále, až budto dospějeme zpátky k jedničce, nebo se dostaneme ke sporu – pokusíme se použít číslo, které už jsme použili.

Jestliže jsme dospěli k jedničce, prohlásíme použité prvky za hotové a spustíme algoritmus znovu od libovolného nehotového prvku místo jedničky. Pokud jsme došli ke sporu, zvýšíme i o 1 a zkusíme to znovu.

Snadno dokážeme, že algoritmus běží v nejhůře kubickém čase: spouštíme ho postupně z nejdříve n počátků, pro každý z nich zkusíme nejdříve n možností pro i a ověřit každou nám trvá $\mathcal{O}(n)$. Jako cvičení ponecháme dokázat, že pokud složitost počítáme přesněji, vyjde dokonce $\mathcal{O}(n^2)$.

No dobrá, ale proč náš algoritmus funguje? To je opět snadno vidět z rozkladu na cykly. Pokud jednička leží na sudém cyklu, budou fungovat jen taková i , která leží na jiném, ale stejně dlouhém cyklu. Jakmile takové i najdeme, sezipovali jsme dva sudé cykly a pokračujeme se zbytkem permutace. Ze vzorového řešení víme, že tím jsme nezměnili, zda odmocnina existuje. A pro lichý cyklus fungují jak i na jiných stejně dlouhých cyklech, tak i na tomtéž cyklu, ale s opačnou paritou.

Toto řešení je tedy také správně, ač o něco pomalejší.

Martin „Medvěd“ Mareš

31-5-4 Otesánek ve vývařovně

Většina z vás na to při řešení této úlohy šla ze správného směru a uvědomili jste si, že odkaz na kuchařku vás navádí k tomu použít nějaké vyhledávací stromy, případně haldy. Takovýto odkaz vám také může napovědět, že cílená časová složitost na dotaz je $\mathcal{O}(\log N)$.

Co bych chtěl vytknout více řešením, bylo ale zbytečné používání hešovací tabulky (asociativního pole nebo slovníku

pod jinými názvy – zkratka pole, které chcete indexovat nějakými jinými věcmi než čísly z malého rozsahu). Většinou jste je používali k věcem, k nimž by s lehkou úpravou vašeho řešení stačilo normální pole indexované čísly vesničanů od 0 do N .

Hešovací tabulky jsou mocná věc a mnoho vysokoúrovňovějších jazyků (jako třeba Python) už má podporu pro ně přímo v základní knihovně – ale jakkoliv je to mocná věc, tak fungují dobře jenom v průměrném případě, pro některé vstupy se mohou „rozbít“. A zrovna v této úloze bylo jejich použití ve všech případech zbytečné a jenom to přidávalo další složitost.

Takže bych jenom připomenul obecně známou poučku, že jednodušší a přímočařejší řešení bývají často ta lepší :)

Jirka Setnička

31-5-5 Přísady na pizze

Skoro všechna vaše řešení odpovídala pomalejšímu postupu ze vzorového řešení. Tedy na grafu s N vrcholy a M hranami používala přibližně N volání krabičky a celková časová a paměťová složitost byla $\mathcal{O}(N + M)$.

Někteří jste si správně všimli, že nemá smysl přesně řešit aditivní konstantu u počtu volání. Stačí si zvolit libovolné konstantní K a pro všechny grafy na méně vrcholech nahradit volání krabičky explicitním spočítáním nutného počtu přísad. Protože je toto K konstanta nezávislá na vstupu, můžeme dopočítání provést v konstantním čase. Tím dostaneme pro libovolné K řešení, které potřebuje jen $N - K$ volání krabičky a má stále časovou složitost $\mathcal{O}(N + M)$.

Logaritmické řešení bohužel nikdo nevymyslel. Ale objevilo se jedno řešení, které potřebovalo $N/2$ volání krabičky. Pro zajímavost nastíním jeho myšlenku:

Z grafu nejprve hladově odebereme dvojice vrcholů, které nejsou propojené hranou. Jakmile nemůžeme žádnou dvojici odebrat, znamená to, že nám na zbylých L vrcholech zůstal úplný graf. (Mohlo se klidně stát, že $L = 0$, ale to ničemu nevádí.) Pro tento graf známe potřebný počet přísad – je to právě L .

Nyní budeme postupně přidávat dvojice vrcholů zpět a po každém přidání dvojice zvoláme krabičku. Nyní již řešení funguje obdobně jako pomalejší vzorové. Jen je důležité si všimnout, že přidáním dvojice vrcholů vzroste nutný počet přísad maximálně o 1, protože na oba vrcholy můžeme použít stejnou přísadu. Protože je dvojic maximálně $N/2$, je tímto omezený i celkový počet volání krabičky.

Jenda Hadrava

Výsledková listina páté série třicátého prvního ročníku KSP

	<i>řešitel</i>	<i>škola</i>	<i>ročník</i>	<i>sérií</i>	<i>5-1</i>	<i>5-2</i>	<i>5-3</i>	<i>5-4</i>	<i>5-5</i>	<i>5-6</i>	<i>série</i>	<i>celkem</i>
0.					15	9	13	12	11	0	60,0	300,0
1.	Jiří Kalvoda	GJarošeBO	2	5	15	9	13	12	10,5		59,8	296,0
2.	Jiří Kvapil	GTomkovaOL	1	10	4	8,5	13	12	8,5		46,8	240,1
3.	Jan Provazník	GVoděraPH	3	5	8	5	13		8,5		40,3	221,4
4.	Daniel Skýpala	GTomkovaOL	1	13	4	9	13	10	8		42,3	215,0
5.	Vladimír Chudý	G Chrudim	2	10	3	8	13	2,5	8,5		36,1	185,7
6.	Jakub Komárek	GUHradiště	4	10		8,5	13	12	9,5		43,3	184,5
7.	Kristýna Petrlíková	VOŠJičín	1	5	15	6	13	12	9		57,5	183,7
8.	Lucie Vomelová	GŠpitálsPH	3	6		1,5	13	3			20,2	182,6
9.	Petr Budai	G JGJ PH	2	4							0,0	181,3
10.	Vojtěch Žák	GŠpitálsPH	3	6		6	13	3			24,9	173,7
11.	Daniel Kurek	GTomkovaOL	3	5			13				13,0	173,5
12.	Jan Piroutek	GŠpitálsPH	3	6			13		7,5		22,0	172,2
13.	David Klement	GNAlejíPH	3	7		9	13		9		31,8	164,0
14.	Jiří Šáda	GVoděraPH	3	5			9				10,9	157,2
15.	Petr Kolář	GMilevsko	3	5	3	7					13,2	156,2
16.	Ondřej Jamelský	G Cheb	1	3							0,0	155,4
17.	Dalibor Kramář	G BO-Řeč	4	4							0,0	152,1
18.	Tomáš Černý	GArabskáPH	3	7	10	5,5	4				23,9	149,0
19.	Petr Zahradník	GaSOŠ ÚL	4	6							0,0	128,6
20.	Martin Zimen	GJMasarJI	4	4							0,0	90,3
21.–22.	Lucia Krajčoviechová	GJHroncaBA	3	6				13			13,0	90,1
	Václav Pavlíček	SPSEPar	3	16							0,0	90,1
23.	Ondřej Sladký	GMikulášPL	2	2	15	9	9	12	8,5		57,8	88,3
24.	Jan Kaifer	GKepleraPH	3	13		0,5	13	12			25,4	65,8
25.	Daniel Oravec	GVaršŽilina	4	2							0,0	65,7
26.	Ondřej Gonzor	G Brandýs	2	12							0,0	64,6
27.	Michal Kodad	SPŠSmíchov	3	15							0,0	62,1
28.	Matěj Kripner	GEbenešeKL	4	8				13			0,0	56,2
29.	Josef Minařík	GJarošeBO	4	4							0,0	54,3
30.	Janek Hlavatý	GJirsíkaČB	0	2							0,0	53,4
31.	Marie Kalousková	GNAlejíPH	3	3	10	7	13	0	8,5		44,4	51,2
32.	Jakub Pánek	SPŠERožnov	4	2							0,0	43,9
33.	Daniil Barabashev	GNadKavaPH	3	2							0,0	42,7
34.	Vít Skalický	GPísnickáPH	1	9				13			13,0	42,0
35.	Tomáš Sláma	GTurnov	4	1							0,0	40,6
36.	František Kmječ	StOlavVGS	3	10							0,0	39,8
37.	Jindřich Dítě	VOSPŠŽďár	3	4							0,0	37,8
38.	Lucie Kunčarová	GVolgogrOS	3	1	9	5,5	13				33,7	33,7
39.	Marek Černoch	GFPValMez	3	1							0,0	31,5
40.	Albert Kučera	GNadŠtolPH	2	1	2	1,5	9	8			30,9	30,9
41.	Robert Gemrot	GKomHavíř	2	2		9					9,0	30,8
42.	Jakub Profota	GŘíč	4	1							0,0	30,3
43.	Vojtěch Březina	GCoubTábor	2	3							0,0	25,6
44.	Jáchym Mierva	BiGy Žďár	2	4							0,0	23,7
45.	Martin Miller	GVoděraPH	4	3							0,0	23,0
46.	Jakub Šťastný	G BO-Řeč	4	1							0,0	22,8
47.	Martin Hubata	GMikulášPL	3	1							0,0	22,2
48.	Ondra Müller	GTurnov	2	2							0,0	22,0
49.	Linda Kimrová	GEvolutionJM	3	1							0,0	21,2
50.	Kateřina Vokálová	G Kolín	3	1	4			12			20,3	20,3
51.	Matěj Volf	GCoubTábor	1	1							0,0	19,7
52.–54.	Karel Chwistek	MendelGOP	2	1				13			13,0	13,0
	Martin Klimeš	GZábřeh	3	1				13			13,0	13,0
	Michal Zaslavský	GKepleraPH	4	5				13			13,0	13,0
55.	Filip Hejsek	GPísnickáPH	2	2							0,0	12,0

	<i>řešitel</i>	<i>škola</i>	<i>ročník</i>	<i>sérií</i>	<i>5-1</i>	<i>5-2</i>	<i>5-3</i>	<i>5-4</i>	<i>5-5</i>	<i>5-6</i>	<i>série</i>	<i>celkem</i>
56.	Tomáš Vesecký	SSŠVTPraha	2	2			2				4,5	11,6
57.	Patrik Vácal	SPŠEPlezeň	2	1							0,0	9,5
58.	Ondřej Bleha	GBNěmcovHK	4	3							0,0	9,0
59.–62.	Ondřej Daniš	GFPValMez	4	1							0,0	8,0
	Kristýna Prokopová	GJosBožČT	3	1							0,0	8,0
	Petr Šejvl	SPŠPísek	4	1							0,0	8,0
	Roman Šíp	SPŠPísek	4	1							0,0	8,0
63.	Marky Bučková	GBBr	2	1			4				7,9	7,9
64.	Anna Hollmannová	GSRandyJN	2	5							0,0	7,8
65.–71.	Robert Jaworski	GÚstavníPH	1	1							0,0	7,6
	Vojtěch Jedlička	GCoubTábor	2	1							0,0	7,6
	Petr Khartskhaev	PORGPha	2	1							0,0	7,6
	David Krásný	SPŠEPlezeň	2	1							0,0	7,6
	Petr Macháček	GTýnNVlt	3	1							0,0	7,6
	Jan Najman	SPSEPard	2	1							0,0	7,6
	Jakub Vybíral	GLovosice	2	1							0,0	7,6
72.	Klára Hloušková	G Kolín	3	1	3						6,7	6,7
73.–74.	Vít Gardoň	GPří	3	1							0,0	5,5
	Ondřej Chlubna	GOrlová	2	1							0,0	5,5
75.–77.	Matyáš Boháček	ZŠKladskáPH	1	1							0,0	4,7
	Tomáš Pelák	SŠkybernHK	3	1							0,0	4,7
	Matej Straka	SPŠEPrešov	4	1							0,0	4,7
78.	Ondřej Cach	SPSEPard	3	2							0,0	4,4
79.	Vojtěch Crha	GČeskoliPH	4	1							0,0	4,1
80.	Martin Havelka	Gym Třeboň	1	1							0,0	2,5



KSP pro vás připravují studenti Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy.

Webové stránky:

<https://ksp.mff.cuni.cz/>

E-mail:

ksp@mff.cuni.cz

Diskusní fórum:

<https://ksp.mff.cuni.cz/forum/>

Chcete-li s námi komunikovat bezpečně, můžete si ověřit náš HTTPS certifikát – jeho SHA1 fingerprint je: E9:DB:EE:C6:62:BC:14:DE:09:E4:E8:97:DC:36:0E:87:B3:50:B0:01.