

Korespondenční Seminář z Programování

ZAČÁTEČNICKÁ KATEGORIE

35. ročník

KSP-Z

Říjen 2022

Řešení první série začátečnické kategorie 35. ročníku KSP

35-Z1-1 Slovíčka

První a jasný krok je si slovíčka seřadit. Přímočaré (a pomalé) řešení pak při každém dotazu prochází všechna slovíčka, dokud nenajde první hledané slovo. Odtud si počítá, kolik slovíček najde v meziprostoru, než dorazí ke druhému hledanému slovu. Takový postup má časovou složitost $\mathcal{O}(N \log N + QN)$, protože $\mathcal{O}(N \log N)$ spotřebujeme na seřazení slovíček a $\mathcal{O}(N)$ na každý dotaz.

Už na první pohled se ale postup při dotazu nezdá optimální; tak přece nevyhledáváme slovíčka ani ručně ve fyzickém slovníku. Nabízí se využít binární vyhledávání, což je postup, jak rychle hledat v seřazených posloupnostech. Půjdeme na to takto: podíváme se do prostředku slovníku. Pokud jsme tam hledané slovo našli, skvělé. Pokud ne, tak musí být v abecedě před nebo po slovu uprostřed. Pokud je před ním, pak už nedává smysl ho hledat za prostředkem a můžeme stejný postup opakovat na první polovině naší posloupnosti. Pokud je po něm, tak můžeme postup opět opakovat v druhé polovině.

Jakou to má časovou složitost? V každém kroku se nám velikost prohledávané části slovníku zmenší o polovinu, takže po čase $\mathcal{O}(\log N)$ najdeme pozici našeho hledaného prvku. V našem případě tedy najdeme dvě slova v čase $\mathcal{O}(\log N)$ a pak jen vypíšeme rozdíl jejich pozice minus jedna. Celková složitost bude $\mathcal{O}(N \log N + Q \log N)$.

Pokud by vás binární vyhledávání zajímalo hlouběji, nahlédněte do kuchařky o binárním vyhledávání.¹

Úlohu lze řešit ještě jedním způsobem, který se v Pythonu snáz programuje. Celý slovník si seřadíme a přidáme do hešovací tabulky tak, aby klíče byla jednotlivá slova a hodnoty byly jejich pozice v seřazeném pořadí. Při dotazu se jen zeptáme na pozice prvního a druhého slova a spočítáme rozdíl (a od rozdílu odečteme jedničku). Dotazy mají průměrnou časovou složitost $\mathcal{O}(1)$, strávíme na nich tedy celkově v průměru $\mathcal{O}(Q)$ místo $\mathcal{O}(Q \log N)$.

Program (Python 3):

<http://ksp.mff.cuni.cz/viz/35-Z1-1.py>

Úlohu připravili: Fanda Kmječ, Ondra Sladký

35-Z1-2 Kanón na vrabce

Pro chvíli si představme, že bychom úlohu řešili jen v řádcích a sloupcích namísto v diagonálách. To bychom si nejdříve kanóny seřadili primárně podle první souřadnice a sekundárně podle druhé a pak jen procházeli řádky. Pokud bychom na řádku našli více než jeden kanón, první dvojici bychom vypsalí a skončili bychom. Pro kontrolu ohrožení ve sloupcích bychom prohodili souřadnice a postup zopakovali.

Podobný postup bychom rádi použili; chtěli bychom pro každý kanón vědět, do jaké patří diagonály (jako analo-

gie řádku) a kolikátý v pořadí tam je. Jakmile budeme mít kanóny takto seřazené, je hledání ohrožujících se dvojic stejně jednoduché jako v případě sloupců a řádků. Podle čeho je ale seřadit?

Kanóny primárně seřadíme podle rozdílu $x - y$ (čímž rozdělíme kanóny mezi diagonály o rovnicích $y = x + k$, všimněte si, že vlastně řadíme podle $-k$), a sekundárně podle souřadnice y (ta nám určí pořadí v rámci jedné diagonály). Po seřazení kanóny postupně projdeme a pokud narazíme na více než jeden v diagonále, první dva sousedy vypíšeme a skončíme. Pokud jsme žádnou dvojici nenašli, tak kanóny seřadíme primárně podle $x + y$ a sekundárně podle y . Tím naopak dostaneme diagonály o rovnici $y = -x + k$ a postup zopakujeme, abychom dostali i kanóny ohrožující se ve druhém směru.

Jak dlouho nám to bude trvat? Tříděním podle souřadnic strávíme $\mathcal{O}(N \log N)$ a průchodem všech kanónů $\mathcal{O}(N)$. Celkově nám to tedy bude trvat $\mathcal{O}(N \log N)$. Prostorová složitost je lineární, jelikož si pamatujeme pouze souřadnice všech kanónů.

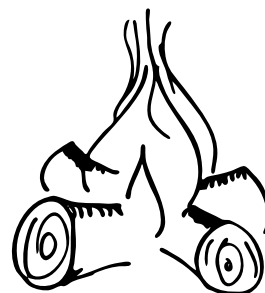
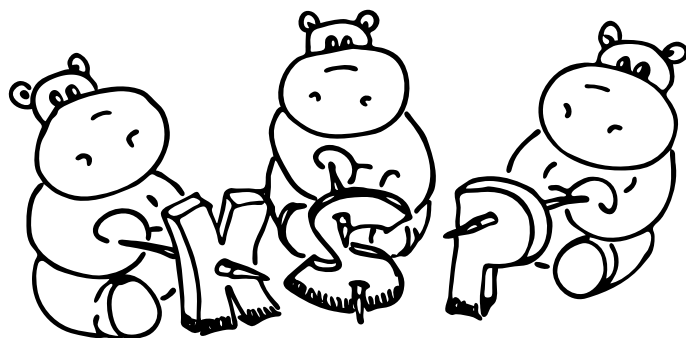
Program (Python 3):

<http://ksp.mff.cuni.cz/viz/35-Z1-2.py>

Úlohu připravili: Vojta Káně,
Fanda Kmječ, Ondra Sladký

35-Z1-3 Plánování schůzky

Pomalé řešení úlohy můžeme získat snadno. Pro každý možný den projdeme všechny organizátory a spočteme, kolik z nich v daný den může. Jenže takové řešení na plný počet bodů nestačí, chtěli bychom nějaké, které nebude muset pro každý den procházet všechny organizátory.



¹ <http://ksp.mff.cuni.cz/viz/kucharky/binarni-vyhledavani>

Zamyslíme se nad tím, kolik organizátorů může v nějaký den $x + 1$, pokud už jsme zjistili počet dostupných organizátorů pro den x . To je počet organizátorů, kteří mohli v den x minus počet organizátorů, kteří v x přestanou moci, plus počet těch, kteří ode dne $x + 1$ mohou.

Jenže každý organizátor začne moci jen jednou a přestane mít čas také jen jednou. Můžeme si tedy ze začátku vytvořit kalendář událostí – pro každého organizátora do kalendáře napíšeme dvě události: *v tento den jeden organizátor začíná* a *v tento jiný den jeden organizátor končí* a tento kalendář seřadit podle dnů.

Nyní stačí projít všechny dny, podívat se na události daného dne a přepočítat počet dostupných organizátorů. Tento přístup má stále jeden problém – stále procházíme všechny dny. Toho se ale lze snadno zbavit – pokud v daný den není žádná událost, pak se počet organizátorů nezmění. To ale znamená, že tento den nemusíme řešit – i pokud by daný den mohlo nejvíce organizátorů, stejně tomu bude i den předtím. My máme vypsat první z nejhodnějších dnů, který určitě zpracujeme, neboť ten den alespoň jeden organizátor začíná.

Díky tomuto pozorování tak stačí skákat po událostech, udržovat si průběžný aktuální počet organizátorů a kdykoliv se mezi událostmi mění den, aktualizovat průběžné maximum.

Dá se využít ještě jeden trik – při průchodu vůbec nemusíme kontrolovat, zda se mění den, stačí nejprve pro daný den zpracovat příbytky (představme si, že mohou od rána) a poté až úbytky (mohou až do večera).

Nejpomalejší je třídění, průchody na začátku a na konci již trvají lineární čas. Celková časová složitost je tak $\mathcal{O}(N \log N)$. Paměťová složitost je rovněž lineární, neboť událostí, které si pamatujeme, je jen $2N$.

Program (Python 3):

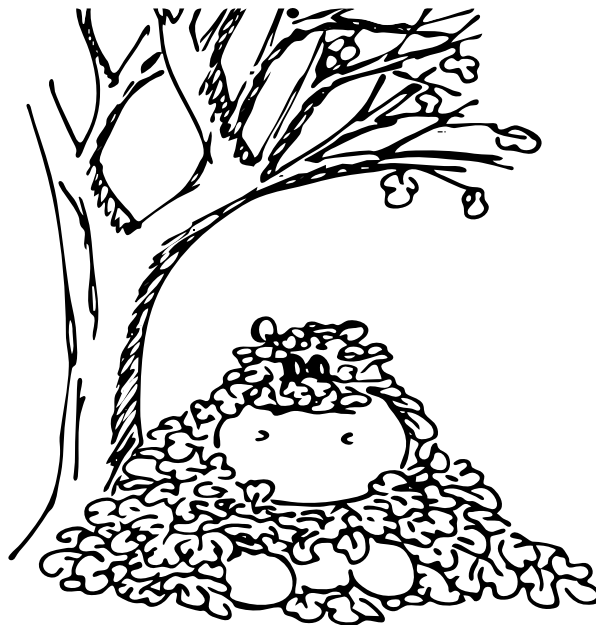
<http://ksp.mff.cuni.cz/viz/35-Z1-3.py>

*Úlohu připravili: Jirka Kalvoda,
Dan Skýpala, Ondra Sladký*

35-Z1-4 Šetření na hlídačích

Mohli bychom zkusit horní limit hledat po jedné, nicméně to by trvalo dlouho. Zkoušeli bychom totiž každý možný počet hlídačů až do N , tedy časová složitost by byla $\mathcal{O}(N)$.

Když přičítání konstanty nepomůže, pojďme násobit. Na začátku nastavíme horní limit H na 1, a pokaždé, když zjistíme, že počet použitých hlídačů je moc malý, zdvojnásobíme H . Až zjistíme, že naše H je příliš velké, pro hledané číslo N bude platit $H/2 < N < H$. Potom si pomůžeme známým binárním vyhledáváním.



A kolik takto uděláme dotazů? Představme si konkrétní N . Protože H vždy zdvojnásobíme, tak se zastavíme na H nejvýše dvakrát větším než N . Počet dotazů bude takové d , pro které platí $H = 2^d$. Z toho úpravou získáme, že d je $\log H \leq \log(2N) = 1 + \log N \in \mathcal{O}(\log N)$. Binární vyhledávání půlí interval, takže též bude trvat $\mathcal{O}(\log N)$. Celkem tedy $\mathcal{O}(\log N)$.

*Úlohu připravili: David Klement,
Michal Kodad, Ján Plachý, Dan Skýpala*

Výsledková listina první série začátečnické kategorie 35. ročníku KSP

	<i>řešitel</i>	<i>škola</i>	<i>ročník sérií</i>		<i>Z1-1</i>	<i>Z1-2</i>	<i>Z1-3</i>	<i>Z1-4</i>	<i>série</i>	<i>celkem</i>
0.					8	10	12	14	44,0	44,0
1.–11.	Michael Ambros	GTomkovaOL	0	2	8	10	12	14	44,0	44,0
	Albert Bakoč	GZborovPH	2	4	8	10	12	14	44,0	44,0
	Erik Ježek	SPŠSmíchov	1	1	8	10	12	14	44,0	44,0
	Filip Kolomazník	GMnichHrad	4	1	8	10	12	14	44,0	44,0
	Michal Martínek	GÚstavníPH	2	2	8	10	12	14	44,0	44,0
	Anna-Kristina Migel	GNAléjíPH	0	6	8	10	12	14	44,0	44,0
	Štěpán Mikéska	GJarošeBO	4	1	8	10	12	14	44,0	44,0
	Ondřej Pupík	GRožnovPR	3	3	8	10	12	14	44,0	44,0
	Martin Skýpala	GJŠkodyPŘ	3	1	8	10	12	14	44,0	44,0
	Petr Šišlák	GZborovPH	2	1	8	10	12	14	44,0	44,0
	Beata Šišlaková	GZborovPH	4	1	8	10	12	14	44,0	44,0
12.–20.	Jakub Dobiáš	GZborovPH	2	1	8	10	12	13	43,0	43,0
	Richard Dobíšek	MensaG	2	1	8	10	12	13	43,0	43,0
	Kateřina Doubková	GNAléjíPH	4	3	8	10	12	13	43,0	43,0
	Vít Kaděra	G Wicht	1	1	8	10	12	13	43,0	43,0
	Miroslav Kolouch	GJírovcČB	3	4	8	10	12	13	43,0	43,0
	Martin Kudrna	GKepleraPH	2	1	8	10	12	13	43,0	43,0
	Matúš Púll	GZborovPH	3	6	8	10	12	13	43,0	43,0
	Erik Sabol	GČeskoliPH	3	12	8	10	12	13	43,0	43,0
	Petr Slonek	GJarošeBO	4	1	8	10	12	13	43,0	43,0
21.	Ondřej Tulach	GZborovPH	2	1	8	10	12	12	42,0	42,0
22.–24.	Jakub Binter	GČeskáČB	0	1	8	10	10	13	41,0	41,0
	Michal Budai	G JGJ PH	–1	3	8	10	12	11	41,0	41,0
	Honza Kocourek	ParkLane	3	4	8	10	12	11	41,0	41,0
25.	Daniel Babický	GHořovice	4	1	8	10	9,3	13	40,3	40,3
26.–27.	Matěj Bittner	GArabskáPH	3	1	8	10	8	14	40,0	40,0
	Tadeáš Těhan	GVolgogrOS	1	1	8	10	12	10	40,0	40,0
28.–29.	Jan Theodor Hrdý	G UherBrod	2	1	8	10	8	11	37,0	37,0
	Vít Ungermann	GZborovPH	3	1	6	7	12	12	37,0	37,0
30.–31.	Václav Tichý	GKepleraPH	3	1	8	7	8	13	36,0	36,0
	Jakub Vlček	GPříbor	4	1	8	10	4	14	36,0	36,0
32.–34.	Matěj Hošek	GVolgogrOS	1	6	8	10	12	5	35,0	35,0
	Adam Jahoda	GKepleraPH	4	8	8	8	6	13	35,0	35,0
	Jáchym Löwenhöffer	GEvolutionJM	2	6	6	7	10	12	35,0	35,0
35.	Marian Šámal	GMělník	3	1	8	8	4	13	33,0	33,0
36.	Jakub Kodym	GZborovPH	4	1	8	10	12	1	31,0	31,0
37.–46.	Zuzana Aubrechtová	GHeyrovPH	4	6	8	10	12		30,0	30,0
	Alexandr Bihun	GJírovcČB	3	6	8	10	12		30,0	30,0
	Daniel Culliver	GZborovPH	3	1	8	10	12		30,0	30,0
	Adam Kolník	SSŠVTPraha	4	9	8	10	12		30,0	30,0
	Vojtěch Lančarič	SPŠG Třebešín	4	5	8	10	12		30,0	30,0
	Petr Němec	G Wicht	1	1	8	10	12		30,0	30,0
	Kryštof Nondek	GZborovPH	2	1	8	10	12		30,0	30,0
	Lucian Poljak	GJŠkodyPŘ	1	2	8	10	12		30,0	30,0
	Patrik Prítrský	GGrössBA	2	1	8	10	12		30,0	30,0
	Martin Vagner	GVoděraPH	0	1	8	10	12		30,0	30,0
47.	Petr Karlík	GVoděraPH	0	1	8	10	10	1	29,0	29,0
48.–49.	Jakub Štefan	GMělník	4	2	8	10	10		28,0	28,0
	Kateřina Vomelová	GÚstavníPH	3	3	8	10	10		28,0	28,0
50.	Dominik Dembinný	ZŠMR Kladlo	–1	3	8	7	12		27,0	27,0
51.–53.	Jonáš Menšík	GJŠkodyPŘ	1	1	8	10	8		26,0	26,0
	Oliver Petrovič	GPároNitra	3	1	8	10	8		26,0	26,0
	Filip Sichrovský	GČesLípa	1	1	8	10	8		26,0	26,0
54.	Richard Tichý	SPŠSmíchov	1	5	8	10	6		24,0	24,0
55.–56.	Jakub Kornel	GRožnovPR	4	1	8	7	8		23,0	23,0
	Jozef Remiš	G Bilíkova	4	3	8	7	8		23,0	23,0

	<i>řešitel</i>	<i>škola</i>	<i>ročník sérií</i>		<i>Z1-1</i>	<i>Z1-2</i>	<i>Z1-3</i>	<i>Z1-4</i>	<i>série</i>	<i>celkem</i>
57.–59.	Lubomir Habarta	G UherBrod	2	1	4	10	8		22,0	22,0
	Tomáš Kraus	KřestGPH	1	1	8	2	12		22,0	22,0
	Matyáš Sirotek	GJirsikaČB	4	1	8	10	4		22,0	22,0
60.	Jakub Hampl	GMělník	3	6		7		14	21,0	21,0
61.	Samuel Bloomfield	GNalejíPH	0	1	8	10	1,3		19,3	19,3
62.	Filip Jarolím	G Wicht	1	1	8	7	4		19,0	19,0
63.–64.	Šimon Hanák	CMG Brno	0	4	8	10			18,0	18,0
	Michal Mík	SSŠVTPraha	2	4	8	10			18,0	18,0
65.–66.	Kryštof Kadlčák	1.ITGPH	2	1	3	10	4		17,0	17,0
	Ondřej Novák	G Brandýs	0	1	8	1	8		17,0	17,0
67.–68.	Kryštof Marek	SGPCE	3	6	8	8			16,0	16,0
	Matyáš Vříňák	SŠPUHodonín	2	1	8	4	4		16,0	16,0
69.	Jaromír Obítko	GArabskáPH	1	3	5,3	10			15,3	15,3
70.	Petr Starý	GJírovcČB	1	6	8	2	4		14,0	14,0
71.–72.	Vladimír Jančár	GRaymanaPV	4	1	8	1	4		13,0	13,0
	Jakub Kopčil	GMikulášPL	4	9				13	13,0	13,0
73.–74.	Petr Kroča	G UherBrod	2	9	3		8		11,0	11,0
	Radim Novák	GZborovPH	3	2	4	7			11,0	11,0
75.	Sylvie Troubilová	BiGy Žďár	2	2	8	2			10,0	10,0
76.	Matěj Smetana	AkademGPH	2	1	8	1			9,0	9,0
77.–90.	František Borisjuk	SPŠEMasLI	3	1	8				8,0	8,0
	Filip Cába	GEbenešeKL	2	2	8				8,0	8,0
	Olga Cinková	ArcibisGPH	3	10	8				8,0	8,0
	Šimon Durda	PORG Ostrava	2	4	8				8,0	8,0
	Adam Jirásek	G Brandýs	3	2	8				8,0	8,0
	Michaela Kontrišová	GJHroncaBA	2	1	8				8,0	8,0
	Jan Kotovský	GPísnickáPH	4	16	8	0			8,0	8,0
	Andrea Mikulová	BGOstrava	4	1	8				8,0	8,0
	David Pacák	G Brandýs	2	3	8				8,0	8,0
	Thomas Riedle	BRG APP	4	13	8				8,0	8,0
	Samuel Luis Štúber	GJirsikaČB	4	1	8		0		8,0	8,0
	Jáchym Tuma	G FrýdlINOs	2	6	8				8,0	8,0
	Radek Zach	SPŠSmíchov	1	1	8				8,0	8,0
	Petr Zaoral	GTep	1	2	8				8,0	8,0
91.–92.	Vojtěch Janáček	GFXŠaldyLI	1	1	6	1			7,0	7,0
	Jakub Salinger	GZborovPH	2	1	2	1	4		7,0	7,0
93.–96.	Jan Koška	GJírovcČB	3	9	6				6,0	6,0
	Luka Králík	GArc	2	3	6		0		6,0	6,0
	Marek Plachý	GJatečníÚL	4	3	4	2			6,0	6,0
	Tomáš Wróbel	G Wicht	0	1	6				6,0	6,0
97.	Jakub Kaman	ZŠŠtúraBA	–1	1	5				5,0	5,0
98.–100.	Filip Bujdák	GPároNitra	2	1	4				4,0	4,0
	Tomáš Pražák	GJSeiferPH	2	7			4		4,0	4,0
	Jozef Smolár	GNámestovo	2	1	4				4,0	4,0
101.–105.	Jaroslav Guryča	G UherBrod	4	1	3				3,0	3,0
	Jan Hradil	G UherBrod	4	1	3				3,0	3,0
	Adam Kovařík	G UherBrod	4	1	3				3,0	3,0
	Martin Müller	GZborovPH	2	2	3				3,0	3,0
	Martin Starý	G UherBrod	4	1	3				3,0	3,0
106.–110.	Michal Hruboš	G UherBrod	4	1	2				2,0	2,0
	Jan Palma	GSOŠRok	1	1	2				2,0	2,0
	Michal Svoboda	G UherBrod	4	1	2				2,0	2,0
	Filip Šimek	GTurnov	4	4	2				2,0	2,0
	Tomáš Zerzánek	GOpenGaBab	0	1	2				2,0	2,0
111.	Jolana Štraitová	GBudějovPH	4	1	0,7	0,3	0,7		1,7	1,7